

А. С. Моргун
М. М. Сорока

БУДІВЕЛЬНА МЕХАНІКА ТА БУДІВЕЛЬНІ КОНСТРУКЦІЇ



Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

А. С. Моргун, М. М. Сорока

БУДІВЕЛЬНА МЕХАНІКА ТА БУДІВЕЛЬНІ КОНСТРУКЦІЇ

Навчальний посібник

Вінниця
ВНТУ
2010

УДК 624.04
ББК [38.112+38.5]я73
М79

Рецензенти:

Ю. І. Немчинов, доктор технічних наук, професор

О. І. Голоднов, доктор технічних наук, старший науковий співробітник

О. В. Нахайчук, доктор технічних наук, професор

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів. Лист № 1/11-512 від 04.02.2010.

Моргун, А. С.

М79 Будівельна механіка та будівельні конструкції : навчальний посібник / А. С. Моргун, М. М. Сорока. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 243 с.

ISBN 978-966-641-385-0

Навчальний посібник містить класичні методи розрахунку статично визначених та статично невизначених стержневих систем на міцність, жорсткість, стійкість та на динамічні вібраційні і сейсмічні дії. Розглядається розрахунок похилих оболонок подвійної кривизни за допомогою рядів Фур'є. Також наведено основи методу скінченних елементів (МСЕ) та приклади розрахунку будівельних конструкцій за допомогою МСЕ. Всі розділи супроводжуються алгоритмами та прикладами розв'язання типових задач. Розглянутим темам передують теоретичні відомості.

Посібник призначений для студентів вищих технічних закладів, фахівців у галузі механіки суцільних середовищ та будівельної механіки.

УДК 624.04

ББК [38.112+38.5]я73

ISBN 978-966-641-385-0

© А. Моргун, М. Сорока, 2010

Зміст

ВСТУП	7
1 РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО ВИЗНАЧЕНИХ СИСТЕМ	8
1.1 Кінематичний аналіз плоских споруд	8
1.2 Розрахунок багатопрогонових статично визначених балок автодорожнього моста (балок Семіколенова) ..	11
1.2.1 <i>Склад завдання</i>	13
1.2.2 <i>Приклад розрахунку</i>	13
1.3 Розрахунок тришарнірної арки на постійні вертикальні навантаження та побудова ліній впливу	17
1.3.1 <i>Склад завдання</i>	18
1.3.2 <i>Визначення реакцій</i>	19
1.3.3 <i>Перевірка реакцій за лініями впливу</i>	19
1.3.4 <i>Побудова кінцевих епюр згинальних моментів, поперечних сил та поздовжніх сил в арці від дії вертикального навантаження</i>	21
1.3.5 <i>Побудова ліній впливу в арці, визначення зусиль за лініями впливу та порівняння з аналітичним розрахунком</i>	22
1.4 Розрахунок статично визначеної плоскої ферми на постійні навантаження та побудова ліній впливу	25
1.4.1 <i>Склад завдання</i>	25
1.4.2 <i>Розрахунок ферми на власну вагу</i>	26
1.4.3 <i>Розрахунок ферми на снігове навантаження зліва</i>	27
1.4.4 <i>Визначення зусиль в стержнях ферми від сили $P=1$</i>	27
1.4.5 <i>Таблиця зусиль в стержнях ферми. Визначення переміщень</i>	28
1.4.6 <i>Побудова ліній впливу зусиль в стержнях ферми, визначення зусиль за лініями впливу та порівняння з графічним розрахунком</i>	29
1.5 Розрахунок переміщень в статично визначених системах від постійних навантажень	31
1.5.1 <i>Склад завдання</i>	31
1.5.2 <i>Приклади розрахунку</i>	31
1.6 Варіаційна задача будівельної механіки. Дослідження екстремуму функціонала (виразу потенційної енергії балки) за методом Рітца	46
1.6.1 <i>Склад завдання</i>	46
1.6.2 <i>Короткі відомості з варіаційного числення. Поняття функціонала та необхідні умови екстремуму</i>	46

1.6.3	<i>Суть варіаційних методів розв'язування диференціальних рівнянь. Форма апроксимувальної функції.</i>	48
1.6.4	<i>Метод Рітца</i>	50
2	РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧЕНИХ СИСТЕМ	60
2.1	Розрахунок статично невизначеної рами за методом сил	60
2.1.1	<i>Склад завдання та приклад розрахунку</i>	60
2.2	Розрахунок нерозрізної балки на постійне та тимчасове навантаження	64
2.2.1	<i>Склад завдання</i>	64
2.2.2	<i>Розрахунок нерозрізної балки на зовнішнє постійне навантаження</i>	64
2.2.3	<i>Розрахунок нерозрізної балки на тимчасове навантаження (time loading). Побудова ліній впливу</i>	74
2.3	Розрахунок статично невизначеної рами за методом переміщень	79
2.3.1	<i>Склад завдання</i>	79
2.3.2	<i>Приклад розрахунку</i>	79
2.4	Розрахунок несучої здатності статично невизначеної рами з урахуванням пластичної роботи матеріалу	88
2.4.1	<i>Основні положення та припущення</i>	88
2.4.2	<i>Розрахунок несучої здатності рами прямим методом</i>	90
2.4.2.1	<i>Алгоритм розрахунку</i>	90
2.4.2.2	<i>Склад завдання</i>	91
2.4.2.3	<i>Порядок виконання розрахунку</i>	92
2.4.2.4	<i>Приклад розрахунку</i>	95
2.4.3	<i>Розрахунок несучої здатності рами з використанням статичної та кінематичної теорем</i>	103
2.4.3.1	<i>Склад завдання</i>	103
2.4.3.2	<i>Порядок виконання розрахунку</i>	103
2.4.3.3	<i>Приклад розрахунку</i>	105
2.5	Розрахунок статично невизначеної ферми (farm)	112
2.5.1	<i>Склад завдання</i>	113
2.5.2	<i>Приклад розрахунку</i>	114
2.6	Розрахунок стійкості статично невизначеної рами за методом переміщень	117
2.6.1	<i>Склад завдання</i>	117
2.6.2	<i>Приклад розрахунку</i>	117
2.7	Динамічний розрахунок статично невизначеної рами за методом сил на дію гармонійного навантаження	125

2.7.1	Склад завдання	125
2.7.2	Приклад розрахунку	128
2.8	Визначення сейсмічних сил для плоскої залізобетонної рами спектральним методом	134
2.8.1	Порядок виконання розрахунків	134
2.8.2	Приклад розрахунку	140
3	РОЗРАХУНОК ПОХИЛИХ ОБОЛОНОК ПОДВІЙНОЇ КРИВИЗНИ	147
3.1	Загальні відомості про оболонки	149
3.1.1	Означення	149
3.1.2	Основні гіпотези теорії оболонок	150
3.1.3	Геометрія серединної поверхні оболонки	150
3.1.4	Внутрішні зусилля, деформації, переміщення в оболонках	153
3.2	Основи теорії похилих оболонок подвійної кривизни	156
3.2.1	Основні ознаки похилих оболонок	156
3.2.2	Гіпотези і основні припущення	157
3.2.3	Диференціальні рівняння рівноваги елемента похилої оболонки	158
3.2.4	Геометричні рівняння	160
3.2.5	Фізичні рівняння	161
3.2.6	Рівняння сумісності деформацій	162
3.2.7	Розрахункові рівняння теорії похилих оболонок	163
3.2.8	Умови на контурі похилої оболонки	165
3.3	Розрахунок похилих оболонок подвійної кривизни з шарнірним обпиранням по всьому контуру	167
3.3.1	Розв'язування в подвійних тригонометричних рядах. Випадок довільного навантаження	167
3.3.2	Розв'язування в подвійних тригонометричних рядах. Випадок рівномірно розподіленого навантаження	171
3.3.3	Аналіз напруженого стану шарнірно обпертої похилої оболонки	173
3.4	Розрахунок похилих оболонок подвійної кривизни з більш складними умовами на контурі	175
3.4.1	Оболонка з шарнірним обпиранням двох протилежних сторін контуру. Розв'язання в одинарних тригонометричних рядах	175
3.4.2	Розрахунок системи, що складається із похилих оболонок і контурних діафрагм (загальний випадок)	179
3.4.3	Розрахунок похилої оболонки з контурними діафрагмами, що мають жорсткість лише в своїй площині	185
3.4.4	Про способи розрахунку похилих оболонок із складними умовами на контурі	187

3.4.5	<i>Приклад розрахунку похилої оболонки, шарнірно обертої по всьому контуру</i>	188
4	ОСНОВИ РОЗРАХУНКУ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ ЗА МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ	194
4.1	<i>Постановка задач будівельної механіки. Основні рівняння теорії пружності. Історія розвитку МСЕ</i>	194
4.2	<i>Основні етапи розрахунку за МСЕ</i>	195
4.3	<i>Приклади розрахунку рами за МСЕ</i>	197
4.3.1	<i>Запис статичних рівнянь. Компоновка матриці умов рівноваги (матриці форми [A])</i>	197
4.3.2	<i>Геометричні рівняння</i>	199
4.3.3	<i>Фізичні рівняння. Компонування матриці піддатливості та жорсткості для стержня</i>	200
4.4	Основи розрахунку несучих конструкцій багатопверхового житлового будинку за методом скінченних елементів	211
4.4.1	<i>Вихідні дані для розрахунку 18-поверхового житлового будинку</i>	211
4.4.2	<i>Розрахункова модель споруди</i>	215
4.4.3	<i>Результати розрахунку</i>	221
	ЛІТЕРАТУРА	229
	Додаток А. Знаходження власних чисел матриці «С»	232
	Додаток В. Коефіцієнти для визначення сейсмічних сил за формулами ДБН В.1.1-12:2006 «Будівництво в сейсмічних районах України»	233
	СЛОВНИК НАЙБІЛЬШ ВЖИВАНИХ ТЕРМІНІВ	241

ВСТУП

Науково-технічний прогрес в будівництві та викликана ним необхідність ознайомлення з новими ефективними методами розрахунку споруд приводить до збільшення об'єму учбового матеріалу, потрібного для підготовки висококваліфікованих молодих спеціалістів в галузі розрахунків та проектування. Одним із шляхів підвищення якості підготовки випускників вузів є всебічна комп'ютеризація навчального процесу та індивідуалізація його на цій основі.

Та навіть при наявності сучасної електронної техніки для якісної підготовки навчання необхідне методичне та програмне забезпечення дисципліни для виконання розрахунково-графічних робіт. Концепція застосування електронно-обчислювальних машин (ЕОМ) в навчальному процесі полягає в тому, що вона має суттєво доповнювати класичну форму навчання. Наявність ЕОМ має позбавляти студента виконання великих за обсягом обчислювальних робіт, які не несуть смислового навантаження з погляду розуміння методів розрахунку. Але зрозуміти фізичну сутність методів розрахунку та навчитись інтуїтивно оцінювати розподіл зусиль, хоча б в порівняно простих конструкціях, можна тільки добре володіючи так званими «ручними» методами розв'язання задач.

Підручник рекомендується студентам будівельних спеціальностей при вивченні дисципліни будівельної механіки. Розділи підручника відповідають діючій, на теперішній час, програмі.

Після прослуховування відповідних розділів дисципліни студент може приступити до розв'язання задач, користуючись підручником, де наведено детальні алгоритми та приклади розрахунку.

1 РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО ВИЗНАЧЕНИХ СИСТЕМ

1.1 Кінематичний аналіз плоских споруд

При знаходженні напружено-деформованого стану (НДС) споруди її заміняють спрощеним поданням - розрахунковою схемою, вільною від другорядних невизначальних факторів, просторовою чи плоскою. Якщо осі всіх елементів споруди і навантаження розташовані в одній площині - це плоска розрахункова схема. Плоскі розрахункові схеми є найбільш простими і дозволяють в більшості випадків отримати задовільну для практики точність розрахунку.

Споруди (в подальшому - розрахункові схеми) в змозі сприймати навантаження лише в випадку, коли вони зберігають надану при їх спорудженні структуру, тобто геометричну форму і положення. Системи, що змінюються, не в змозі урівноважити зовнішні сили і при їх дії приходять в рух, змінюючи свою форму. Такі системи в будівництві не використовуються як споруди. Споруда має бути нерухомою відносно основи, структурно чи геометрично незмінною, а зміна її форми має йти лише за рахунок деформацій елементів. В геометрично незмінних спорудах малим деформаціям елементів відповідають малі переміщення точок споруди. Таким чином кінематичний аналіз споруди (розрахункової схеми) має передувати розрахунку її напружено-деформованого стану.

Змінність внутрішньої структури і рухомості споруди характеризується ступенем вільності – числом незалежних геометричних параметрів, що визначають положення всіх елементів споруди.

Геометрична незмінність споруди визначається в такій послідовності.

1. В споруді виділяють диски – незмінний елемент споруди, який має три ступені вільності – два поступальні по осях OX , OY та кут повертання. Диском може бути стержень чи масивне тіло. Для забезпечення незмінності структури і нерухомості споруди диски з'єднуються шарнірами і стержнями, які обмежують ступені вільності. До землі диски прикріплюються опорними стержнями (рис.1.1.1). Шарніри бувають простими і кратними. Простий шарнір з'єднує два диски. Якщо шарнір з'єднує більше двох дисків – це кратний шарнір, він еквівалентний $n-1$ простому шарніру, де n – число дисків, які з'єднує шарнір. Простий шарнір обмежує два лінійних зміщення (він рівноцінний установці двох зв'язків), залишаючи взаємний кут повертання дисків.

Крім шарнірних з'єднань диски пов'язуються:

- простою припайкою (вона усуває три ступені вільності, виключаючи 2 лінійних та кутове переміщення);

- муфтою (усуває два ступені вільності, залишаючи одне лінійне переміщення уздовж осі муфти);
- кінематичною в'яззю (усуває один ступінь вільності - лінійне переміщення уздовж осі в'язі).

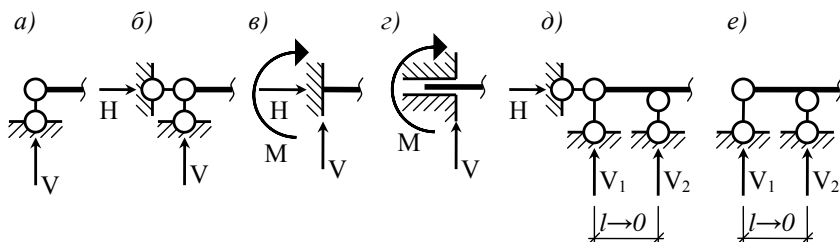


Рисунок 1.1.1 – Види опорних закріплень: а) - шарнірно рухома опора, б) - шарнірно нерухома опора, в) - жорстке нерухоме закріплення, г) - жорстке рухоме закріплення (проковзуюче закріплення), д, е) - шарнірно стержневі еквіваленти жорсткого та проковзуючого закріплення

Вищезгадані з'єднання можна взаємно замінювати, їх ще називають в'яззю, а сили що в них виникають – реакціями (рис. 1.1.2). Так шарнірний зв'язок, що усуває 2 лінійні поступальні переміщення можна взаємно замінити двома кінематичними в'яззю або навпаки. Кожний опорний стержень еквівалентний одному зв'язку, оскільки не допускає переміщення диска в напрямку стержня (рис.1.1.1 а-е).

Таким чином, ступінь вільності W споруди - кількісна оцінка кінематичного аналізу споруди, що складається із D дисків, з'єднаних $Ш$ простими шарнірами та має C_0 опорних стержнів, можна визначити з формули П. Л. Чебишова [3, 8, 14]:

$$W=3D-2Ш-C_0. \quad (1.1.1)$$

Кількісну характеристику змінюваності системи – ступінь геометричної змінюваності Γ можна визначити з модифікованої формули П. Л.Чебишова [3]:

$$\Gamma=3D+2B-3П-2Ш-C-3, \quad (1.1.1, а)$$

де D – кількість простих дисків, включаючи опорний диск “землю”, якщо система прикріплена до неї; B – кількість матеріальних точок, тобто вузлів, в яких з'єднуються лише кінематичні в'язі; $П$ – кількість простих припайок; $Ш$ – кількість простих шарнірів; C – кількість кінематичних в'язів, (стержнів); 3 – число ступенів свободи всієї плоскої розрахункової схеми [3].

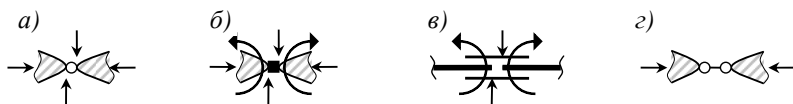


Рисунок 1.1.2 – Кінематичні в'язі: а) - шарнірна в'язь, б) - припайка, в) - муфта, г) - кінематична в'язь

Для ферм (стержневих систем, з'єднаних ідеальними шарнірами) ступінь вільності W :

$$W = 2Y - C - C_0, \quad (1.1.2)$$

де Y – число вузлів ферми,

C – число внутрішніх стержнів ферми,

C_0 – число опорних стержнів.

Умова геометричної незмінності:

$$W \leq 0. \quad (1.1.3)$$

2. Виконання умови (1.1.3) необхідно, але недостатньо для забезпечення геометричної незмінності споруди, яка залежить не лише від числа зв'язків, накладених на диски, але й від їх розташування. Якщо умова (1.1.3) виконується, перевіряють ще геометричну структуру споруди (проводять якісну оцінку кінематичного аналізу). Для цього виділяють диски і досліджують їх з'єднання між собою, враховуючи основні принципи утворення структурно незмінних систем (рис. 1.1.3, а–в).

Два диски можна з'єднати жорстко шарніром C і стержнем AB , вісь якого не проходить через центр шарніра (рис. 1.1.3, а).

Три диски можна з'єднати за допомогою трьох шарнірів, що не лежать на одній прямій (рис. 1.1.3, б).

Два диски можна жорстко з'єднати трьома стержнями, що не перетинаються в одній точці і не паралельні один одному (рис. 1.1.3, в). Це аналогічно рис. 1.1.3, а, оскільки два стержня можна замінити фіктивним шарніром в точці A .

Крім геометрично змінних та геометрично незмінних систем існують миттєво змінні системи. Такі системи одержимо, якщо три диски об'єднаємо трьома шарнірами, що лежать на одній прямій (рис. 1.1.3, г), або якщо два диски з'єднаємо трьома стержнями осі яких перетинаються в одній точці – миттєвому центрі обертання, (рис. 1.1.3, д). Миттєво змінні системи не є інженерними спорудами. Слід також пильнувати, щоб система не була близькою до миттєвої змінної. Тому кінематичний аналіз має включати аналіз і на миттєву змінність.

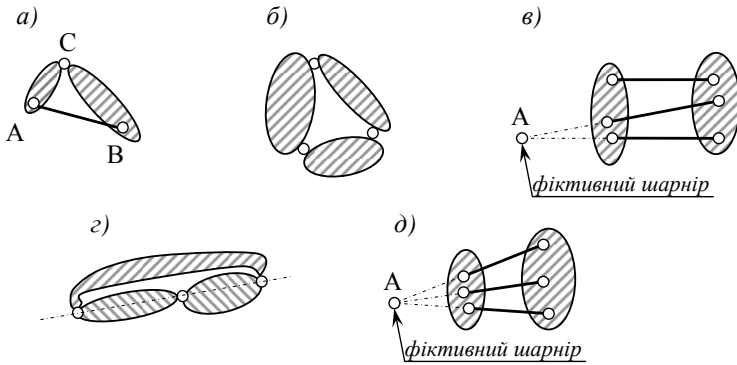


Рисунок 1.1.3 – Принципи утворення структурно-незмінних систем

Таким чином кінематичний аналіз включає етапи:

- 1) визначення W - ступені вільності системи. Коли $W > 0$, аналіз завершено, так як система геометрично змінна;
- 2) за умови $W < 0$ проводиться аналіз структури згідно принципів утворення незмінних систем. Коли система має незмінну структуру проводиться перевірка на миттєву змінність.

Статичною ознакою геометричної змінності є невизначеність зусиль або наявність нескінченно великих зусиль від кінцевого навантаження.

Для визначення *реакцій у в'язях* (*basic reactions*) використовуються *рівняння статички* (*static's equations*).

1.2 Розрахунок багатопрогонних статично визначених балок автодорожнього моста (балок Семіколенова)

Статично визначеною багатопроговою балкою або шарнірно-консольною балкою називається геометрично незмінна система, що утворена з'єднанням за допомогою шарнірів кількох простих балок. Зазвичай шарнірно-консольна балка утворюється із нерозрізної балки шляхом встановлення шарнірів. Для забезпечення геометричної незмінності шарнірно-консольної балки положення шарнірів повинно відповідати деяким вимогам, а саме:

- в кожному прогоні не може бути більше двох шарнірів;
- в сусідніх прогонах не може знаходитись по два шарніри;
- прогони без шарнірів не можуть бути розташовані поряд;

- в крайньому прогоні при крайній шарнірній опорі не може бути більше одного шарніра;

- в крайньому прогоні при крайній жорстко защемленій опорі повинен бути хоча б один шарнір.

Шарніри ділять багатопрогонову балку на окремі елементи, які поділяються на основні і другорядні. Основними називають ті елементи (прості балки), які залишаються геометрично незмінними при видаленні суміжних балок.

Для розрахунку багатопрогонової балки будують схему взаємодії її елементів – поверхову схему, де основні балки розташовані нижче другорядних, умовно замінюючи шарніри шарнірно нерухожими опорами. На поверховій схемі кожен елемент є простою балкою, що сприймає прикладене навантаження і тиск від елементів, розташованих вище. Тиск дорівнює реакції в відповідній умовній опорі вище розташованого елемента і діє в зворотному напрямі. Починаючи з верхнього елемента і рухаючись зверху до низу можна послідовно розрахувати всі елементи багатопрогонової балки.

Розрахунок багатопрогонової балки на рухоме навантаження полягає в побудові ліній впливу та визначенні зусиль за лініями впливу від заданого навантаження. Лінія впливу (л.в.) – це графік, який показує закон зміни будь-якого фактора (опорна реакція, момент, поперечна сила) при переміщенні по споруді навантаження $P=1$. Ординати л.в. показують величину зусилля, для якого побудована л.в., якщо вантаж $P=1$ стоїть над цією ординатою на балці. Ординати л.в. реакцій і поперечних сил є безрозмірними величинами, а згинальних моментів - мають розмірність довжини.

Для побудови ліній впливу зусиль в перерізах багатопрогонової балки потрібно спочатку побудувати лінії впливу зусиль для тієї однопрогонової балки, на якій розташований заданий переріз, а потім врахувати вплив вище розташованих другорядних балок.

Побудувавши лінію впливу деякого зусилля (V, H, M, Q, N) можна знайти величину цього зусилля від заданого навантаження:

$$(V, H, M, Q, N) = \sum_1^n P_i y_i + \sum_1^m q_j \omega_j + \sum_1^z M_k \operatorname{tg} \varphi_k, \quad (1.2.1)$$

де P_i – зосереджені сили,

y_i – ординати ліній впливу під силами;

q_j – рівномірно розподілені навантаження,

ω_j – площі, обмежені тією частиною лінії впливу, яка знаходиться під навантаженням;

M_k – зосереджені моменти,

φ_k – кути нахилу ліній впливу в місцях прикладення M_k .

1.2.1 Склад завдання

1. Визначити *реакції опор* (*basic reactions*) та побудувати *епюри* (*curve*) M і Q в багатопрогоновій балці від дії постійного розрахункового навантаження.

2. Побудувати *лінії впливу* (*influence lines*) опорних реакцій для кожної опори та лінії впливу M і Q для перерізів, в яких епюри *згинальних моментів* (*bent moment*) і *поперечних сил* (*cross-section forces*) мають екстремальні значення.

3. За лініями впливу V , M , Q обчислити величини *внутрішніх зусиль* (*intrinsic efforts*) від розрахункового навантаження (розподіленого та зосереджених сил).

4. Зіставити величини відповідних зусиль, отриманих за допомогою епюр та ліній впливу.

1.2.2 Приклад розрахунку

А. Накреслити *розрахункову схему* (*settlement scheme*) балки, вказати всі розміри та навантаження (рис. 1.2.1, а, 1.2.2, а).

Б. Дослідити геометричну незмінність та побудувати *поверхову схему* балки (рис. 1.2.1, б, 1.2.2, б). Для побудови *схеми взаємодії* (*interaction scheme*) елементів балки (поверхової схеми) уявно роз'єднують елементи балки, розділивши їх на основні та другорядні. Основні балки можуть самостійно сприймати *зовнішнє навантаження* (*external loading*). Другорядні мають обпиратись на основні.

В. Побудувати епюри M і Q від зовнішнього навантаження, розпочати їх побудову з балок, які лежать вище (рис.1.2.1, в, 1.2.2, в). Визначивши реакції в балках, які лежать вище, прикласти їх в зворотному напрямку (згідно з законом Ньютона рівності сили дії та сили протидії) до балок, які лежать нижче додатково до безпосереднього зовнішнього навантаження, та побудувати епюри M і Q (рис. 1.2.1, г, 1.2.2, г).

Г. Кінцеві епюри M і Q наведено на рис. 1.2.1, д, е, 1.2.2, д, е.

Д. Побудувати лінії впливу опорних реакцій, згинальних моментів і

поперечних сил (рис.1.2.3). Визначити зусилля, користуючись л.в., і зіставити їх із зусиллями, одержаними аналітично (табл. 1.1).

Перевірка зусиль за лініями впливу:

$$V_1 = 10 \cdot (0,5) = 5 \text{ кН};$$

$$V_3 = (2/3) \cdot 10 + (7/6) \cdot 4 - (1/6) \cdot 6 = 10,33 \text{ кН};$$

$$V_4 = -(1/6) \cdot 10 - (1/6) \cdot 4 + (2/3) \cdot 6 = 1,67 \text{ кН};$$

$$V_7 = -(0,5) \cdot 6 - (1,0) \cdot 5 = -8 \text{ кН};$$

$$M_7 = M_{\min} = -(2,5) \cdot 6 - (2,0) \cdot 5 = -25 \text{ кНм};$$

$$M_a = M_{\max} = (1,0) \cdot 10 = 10 \text{ кНм};$$

$$Q_c = Q_{\min} = -(0,5) \cdot 10 - (1,0) \cdot 4 = -9 \text{ кН};$$

$$Q_a = Q_{\max} = (0,5) \cdot 10 = 5 \text{ кН}.$$

Таблиця 1.1 – Зіставлення зусиль, обчислених аналітично та з використанням ліній впливу

Зусилля	Метод розрахунку		Розбіжність %
	аналітичний	з використанням л.в.	
V_1	5 кН	5 кН	0
V_3	10,33 кН	10,33 кН	0
V_4	1,67 кН	1,67 кН	0
V_7	-8 кН	-8 кН	0
M_7	-25 кН·м	-25 кН·м	0
M_a	10 кН·м	10 кН·м	0
Q_c	-9 кН	-9 кН	0
Q_a	5 кН	5 кН	0

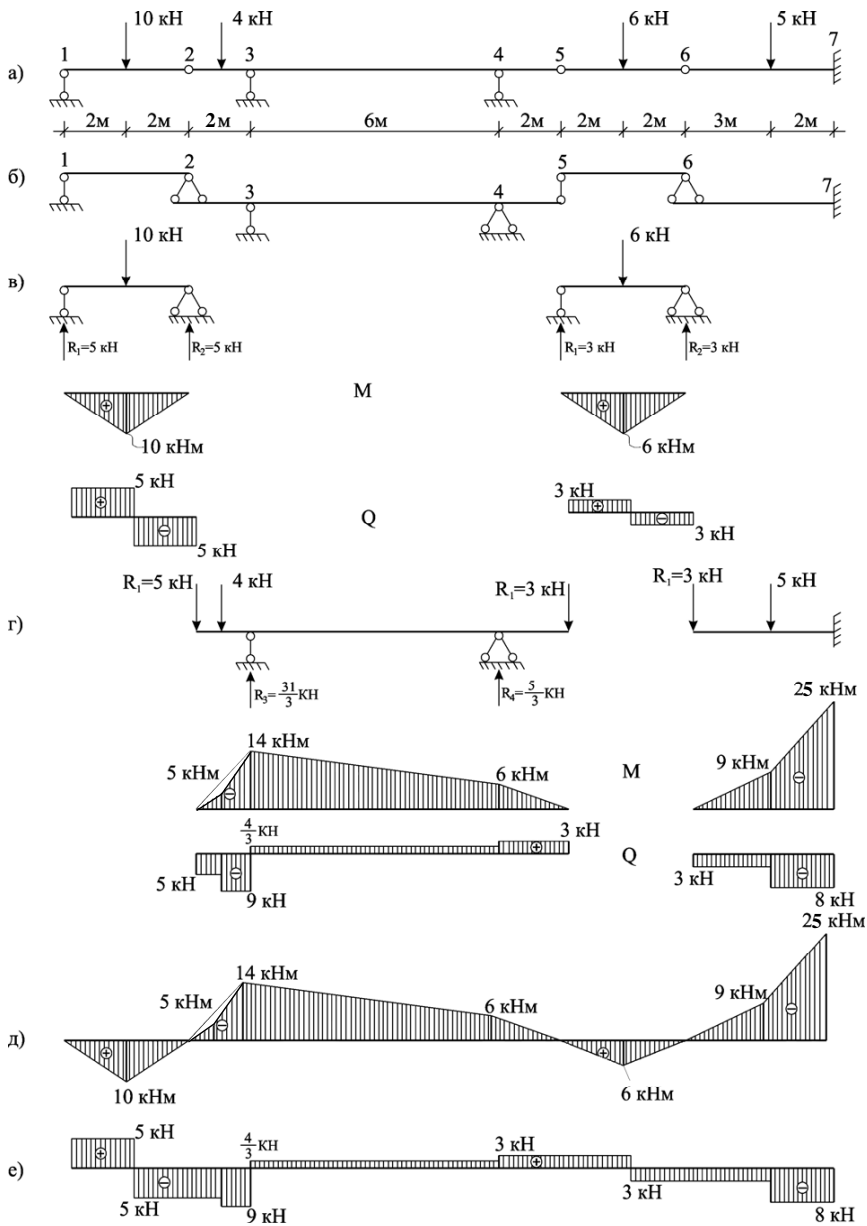


Рисунок 1.2.1 – Послідовність побудови епюр M і Q в багатопрогновій балці від дії довільних систем зосереджених сил

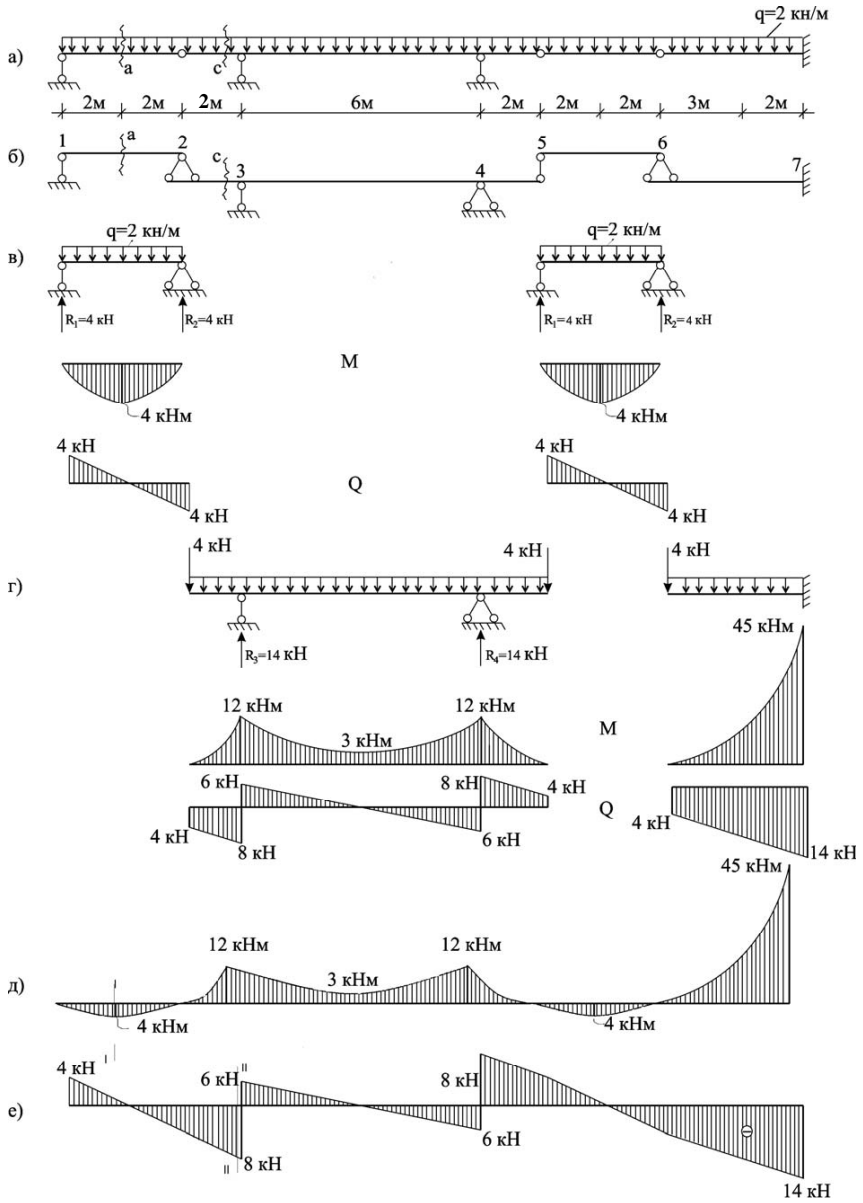


Рисунок 1.2.2 – Епюри M і Q в багатопрогонній балці від постійного розрахункового навантаження

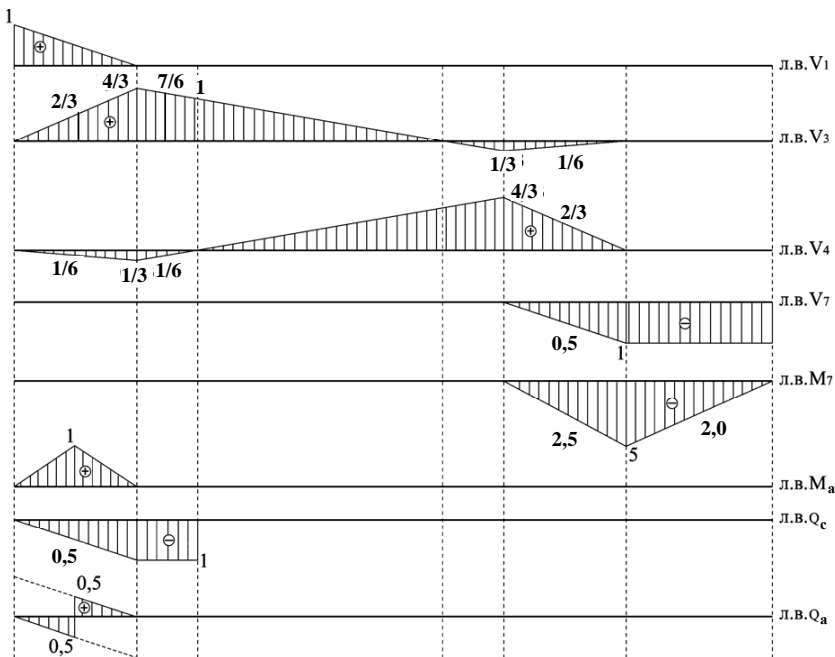


Рисунок 1.2.3 – Лінії впливу опорних реакцій, згинальних моментів та поперечних сил в багатопрогоновій балці

1.3 Розрахунок тришарнірної арки на постійні вертикальні навантаження та побудова ліній впливу

Тришарнірна арка - це статично визначена розпірна система, яка складається з двох піварок, з'єднаних між собою шарніром і має шарнірно-нерухомі опори. Одна з опор тришарнірної арки може бути шарнірно-рухома. В такому випадку геометрична незмінність системи забезпечується затяжкою.

В випадку дії тільки вертикального навантаження опорні реакції та внутрішні зусилля можна визначити за допомогою формул:

$$\sum m_B = 0, \quad \sum m_A = 0, \quad \sum^{лів(пр)} m_C = 0 \rightarrow H = \frac{M_C^0}{f},$$

$$\left. \begin{aligned} M_K &= M_K^0 - H \cdot y_K, & Q_K &= Q_K^0 \cdot \cos \varphi_K - H \cdot \sin \varphi_K, \end{aligned} \right\} (1.3.1, a, б)$$

$$N_K = -Q_K^0 \cdot \sin \varphi_K - H \cdot \cos \varphi_K, \quad \left. \right\} (1.3.1, в)$$

де M_K^o , Q_K^o - згинальний момент та поперечна сила у відповідних перетинах еквівалентної балки;

φ_K - кут, відрахований за ходом годинникової стрілки, між напрямом дотичної в місці перетину та горизонтальною віссю.

Якщо вісь арки описана за допомогою функції $y(x)$, то тангенс кута нахилу дотичної до горизонту визначається як перша похідна від $y(x)$

$$\operatorname{tg} \varphi_K = \frac{dy(x_K)}{dx} . \quad (1.3.2)$$

Лінії впливу вертикальних опорних реакцій V_A і V_B в арці будуються як для еквівалентної балки. Лінія впливу горизонтальних реакцій H будуються з використанням залежності

$$\text{л.в.}H = \frac{1}{f} \cdot \text{л.в.}M_C^o . \quad (1.3.3)$$

Лінії впливу внутрішніх зусиль в перерізах арки будуються з використанням залежностей (1.3.1).

1.3.1 *Склад завдання*

Для арки з вертикальним навантаженням (рис. 1.3.1), вісь якої описана за формою квадратної параболи $y(x) = \frac{4f}{l^2} x(l-x)$.

- Визначити реакції в опорних зв'язках за допомогою *рівнянь статики (static's equations)*.
- Побудувати епюри поперечних сил та згинальних моментів в балці такого ж прогону, як *арка (arch)*, що знаходиться під дією такого ж навантаження.
- Призначити розрахункові перерізи, визначити їх декартові координати та кути нахилу дотичної до осі арки в цих перерізах.
- Визначити зусилля в розрахункових перерізах арки за формулами (1.3.1), заповнити таблицю 1.3.1 та побудувати епюри M , Q , N .
- Побудувати лінії впливу опорних реакцій та лінії впливу M , Q , N для довільного перерізу арки.
- Обчислити зусилля за лініями впливу та порівняти їх з результатами аналітичних обчислень.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

1.3.2 Визначення реакцій:

$$\sum m_A = 0; \quad -V_B \cdot 22 + 9 \cdot 7,333 + 9 \cdot 14,667 + 2,2 \cdot 11 \cdot \frac{11}{2} + 2,1 \cdot 7,333 \cdot 18,333 = 0;$$
$$V_B = 27,883 \text{ кН};$$

$$\sum Y = 0;$$
$$27,883 - 9 - 9 - 2,2 \cdot 11 - 2,1 \cdot 7,333 = 0;$$

$$V_A = 29,717 \text{ кН};$$

$$\sum^{лів} M_C = 0;$$

$$29,717 \cdot 11 - H_A \cdot 10 - 9 \cdot 3,667 - 2,2 \cdot 11^2 / 2 = 0; \quad H_A = 16,078 \text{ кН}.$$

1.3.3 Перевірка реакцій за лініями впливу:

Лінії впливу вертикальних реакцій для арки такі ж самі, як для однопрогонової балки, а лінія впливу горизонтальних реакцій – Н будується за формулою (1.3.1) (рис. 1.3.1).

$$V_A = 0,667 \cdot 9 + 0,333 \cdot 9 + \frac{0,333}{2} \cdot 2,1 \cdot 7,333 +$$
$$+ \frac{0,5+1}{2} \cdot 11 \cdot 2,2 = 29,714 \text{ кН};$$

$$V_B = 0,333 \cdot 9 + 0,667 \cdot 9 + \frac{0,5}{2} \cdot 11 \cdot 2,2 +$$
$$+ \frac{0,667+1}{2} \cdot 7,333 \cdot 2,1 = 27,885 \text{ кН};$$

$$H = 0,367 \cdot 9 \cdot 2 + \frac{0,55}{2} \cdot 11 \cdot 2,2 + \frac{0,367}{2} \cdot 7,333 \cdot 2,1 = 16,087 \text{ кН}.$$

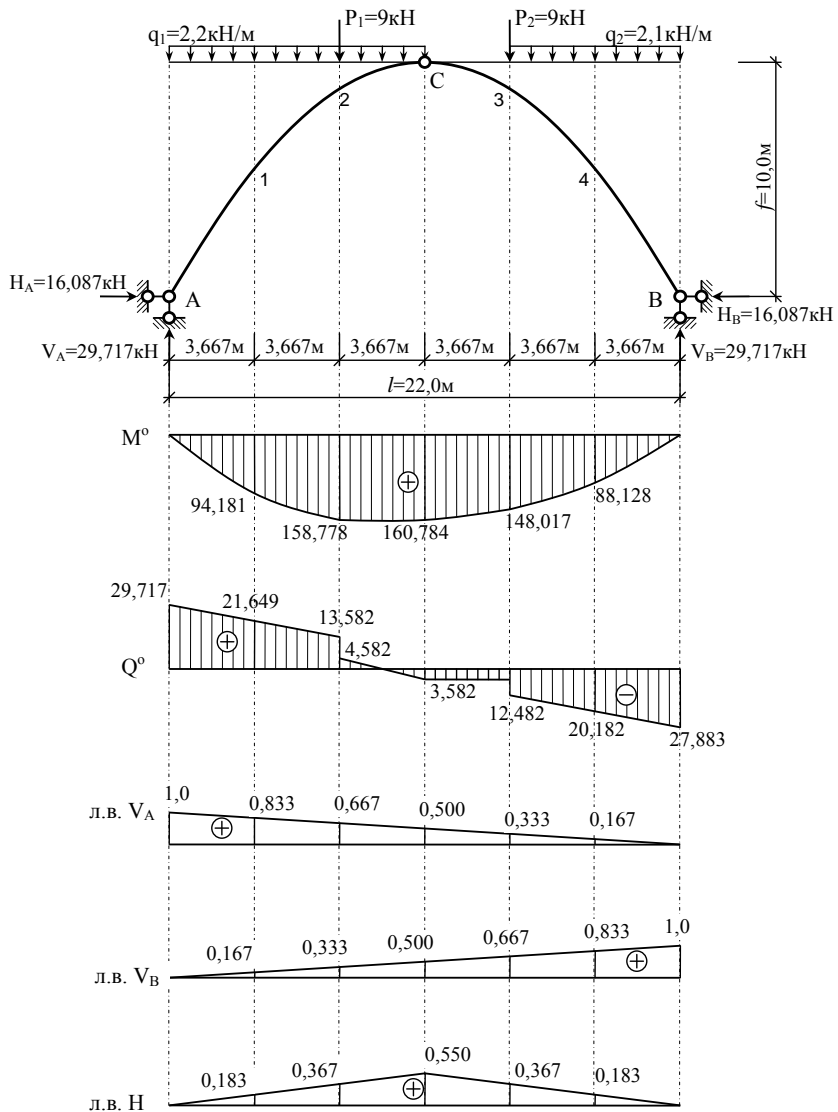


Рисунок 1.3.1 – Побудова епюр M^0 , Q^0 в еквівалентній ній балці та ліній впливу опорних реакцій в арці

Шановний читачу!

Умови придбання надрукованих примірників монографії наведені на сайті видавництва <http://publish.vntu.edu.ua/get/?isbn=978-966-641-385-0>

Уважаемый читатель!

Условия приобретения печатных экземпляров монографии приведены на сайте издательства <http://publish.vntu.edu.ua/get/?isbn=978-966-641-385-0>

Dear reader!

You may order this monograph at the Web page
<http://publish.vntu.edu.ua/get/?isbn=978-966-641-385-0>

Навчальне видання

**Алла Серафимівна Моргун
Микола Миколайович Сорока**

Будівельна механіка та будівельні конструкції

Навчальний посібник

Редактор Т. Старічек
Оригінал-макет підготовлено А. Моргун

Підписано до друку 25.10.2010 р.
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різнографічний. Ум. друк. арк.
Наклад 300 прим. Зам. № 2010-176

Вінницький національний технічний університет,
науково-методичний відділ ВНТУ,
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-85-32.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК №3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-85-32.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК №3516 від 01.07.2009 р.