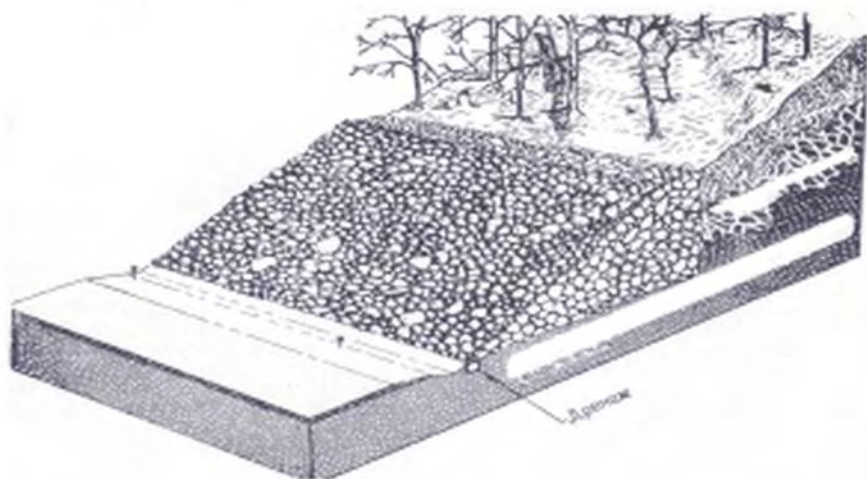
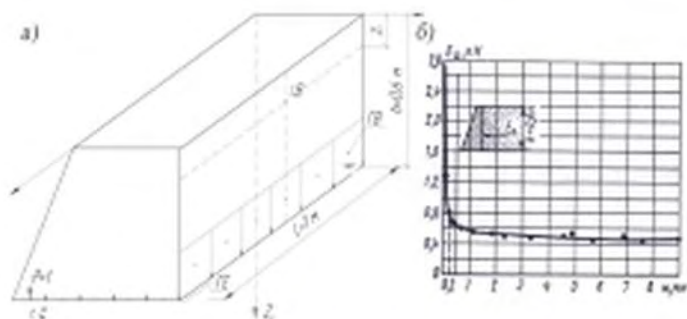


А. С. Моргун

## МЕТОД ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ В РОЗРАХУНКАХ СХИЛІВ



Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України  
Вінницький національний технічний університет

**А. С. Моргун**

# **МЕТОД ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ В РОЗРАХУНКАХ СХИЛІВ**

**Монографія**

Вінниця  
ВНТУ  
2012

УДК 519.635:624.044:624.15  
ББК 22.193:38.112:38.58  
М 79

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України (протокол № 5 від 22.12.2011 р.)

Рецензенти:

**І. П. Бойко**, доктор технічних наук, професор

**М. Ф. Друкований**, доктор технічних наук, професор

**Моргун, А. С.**

М 79      Метод граничних елементів в розрахунках схилів : монографія / А. С. Моргун. – Вінниця : ВНТУ, 2012. – 95 с.

ISBN 978-966-641-476-5

В монографії розглядаються актуальні питання визначення горизонтального тиску ґрунту на підпирні споруди, наведено закономірності механіки ґрунтів та їх прикладання до зазначених питань. Наведено теоретичні засади дослідження активного тиску ґрунту на підпирні стінки за числовим методом граничних елементів, результати числових досліджень порівняння з експериментами, з розрахунком за діючими ДБН, графічним методом, методом В. В. Соколовського. Розв'язання інженерних задач теорії стійкості підпирних споруд доповнюються числовими прикладами, що полегшує використання викладених методів в інженерній практиці. Монографія розрахована на науковий та інженерно-технічний персонал, а також на студентів інженерно-будівельних спеціальностей.

**УДК 519.635:624.044:624.15**

**ББК 22.193:38.112:38.58**

**ISBN 978-966-641-476-5**

© А. Моргун, 2012

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ.....	5
ВСТУП.....	6
РОЗДІЛ 1 СТАН ПИТАННЯ ІСНЮЮЧИХ ПОЛОЖЕНЬ ТА ДОСЛІДЖЕНЬ ПОВЕДІНКИ ОСНОВ ФУНДАМЕНТІВ.....	7
1.1 Основні закономірності механіки ґрунтів.....	7
1.1.1 Граничний опір ґрунту зсуву. Умова міцності.....	8
1.1.2 Закон Кулона.....	13
1.1.3 Різні випадки діаграми граничних напружень при зсуві.....	18
1.1.4 Випробовування ґрунтів на зсув при простому і тривісному стисненні.....	33
1.2 Визначальні положення розрахунку основ.....	27
1.3 Пружнопластичне деформування ґрунтової основи.....	29
1.4 Класифікація зсувних процесів.....	33
РОЗДІЛ 2 ТЕОРІЯ ГРАНИЧНОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ҐРУНТІВ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ.....	38
2.1 Рівняння граничної рівноваги сипучих і зв'язних ґрунтів.....	38
2.1.1 Опір ґрунту розриву .....	38
2.1.2 Кут найбільшого відхилення.....	38
2.1.3 Деформаційні рівняння ґрунтів в гранично напруженому стані. Плоска задача.....	40
2.2 Стійкість масивів ґрунту при зсувах. Причини порушення стійкості.....	41
2.3 Стійкість (вільних) укосів і схилів.....	42
2.4 Метод круглоциліндричних поверхонь ковзання.....	47
2.5 Тиск ґрунтів на огороження.....	50
2.6 Графічна побудова Кулона для визначення максимального тиску засипки.....	54

РОЗДІЛ 3 РОЗРАХУНКОВІ МЕТОДИ ОЦІНКИ СТУПЕНЯ	
СТІЙКОСТІ ГРУНТОВИХ МАСИВІВ.....	56
3.1 Загальний напружений стан ґрунту та його зміни.....	56
3.2 Методи розрахунку стійкості схилів.....	59
3.2.1 Метод кіл.....	61
3.2.2 Метод відсіків.....	63
3.3 Розрахунки по деформаціях .....	65
3.4 Вихідні положення проектування заходів по стабілізації схилів і укосів у ґрунтах.....	66
3.5 Умови порушення стійкості основи споруди, що сприймає горизонтальне зусилля.....	67
3.6 Визначення коефіцієнта запасу стійкості резервуара.....	72
3.7 Порівняння величини активного тиску підпірної стінки за сучасними методами розрахунків та з експериментальними даними.....	75
3.8 Визначення величини активного тиску за МГЕ.....	83
ЛІТЕРАТУРА.....	91

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

- БНіП – будівельні норми і правила;
- МГ – механіка ґрунтів;
- МГЕ – метод граничних елементів;
- МСЕ – метод скінчених елементів;
- НДС – напружено-деформований стан;
- СЕ – скінчений елемент;
- СНиП – строительные нормы и правила;
- СЛАР – система лінійних алгебраїчних рівнянь;
- ЕОМ – електронна обчислювальна машина;
- ГЕ – граничний елемент;
- ГВ – граничний вузол.

## ВСТУП

Проблема оцінки несучої спроможності основ фундаментів є визначальною при практичному проектуванні. Вона стає ще більш важливою для будівництва на теперішній час при переході до великокомаштабних плитних і плитно-пальових фундаментних конструкцій, контактне напруження з ґрунтами в яких сягає 1 МПа.

Значення теорії полягає в передбаченні НДС. Процес навантаження основ будівлі можна віднести до квазістатичного. Такі процеси характеризуються нескінченно повільною течією, походженням цього процесу, що відповідає термінам забудови будівлі. Мінливість процесу деформування ґрунту в роботі досліджувалась за методом граничних елементів (МГЕ).

Основні рівняння теорії пружності, що описують поведінку невідомих функцій  $\sigma$ - $\epsilon$  в середині і на границі області, в МГЕ зводяться до інтегральних рівнянь, які потребують дискретизації лише границі і значно зменшують число вузлових точок. Числовий МГЕ потребує використання ЕОМ і, що є загальним для наближених числових методів, зводить розрахункові рівняння до розв'язання СЛАР високих порядків.

Можливості побудови точних розв'язань задач теорії пружності обмежені. Як для просторових, так і для плоских задач точні розв'язання можна отримати для областей з геометрично простими границями. З цієї причини давно усвідомлена необхідність ефективного використання наближених числових методів.

В роботі розглянуто стан проблеми розрахунку схилів на основі числового методу граничних елементів, напрацьовано методика розрахунку НДС фундаментних конструкцій та підпірних стінок, проведено за МГЕ комплекс числових досліджень з визначення горизонтального тиску ґрунту на підпірні споруди.

З метою верифікації запропонованої розрахункової моделі, яка дозволяє визначати горизонтальний тиск ґрунту на підпірні стінки, шпунтові стінки, стіни підвалів паркінгів, результати числових розрахунків за МГЕ порівнювались з методиками діючих ДБН, В. В. Соколовського, графічною та з даними експериментів. Розглянуті в роботі питання на сьогодні є актуальними в будівельній індустрії.

## РОЗДІЛ 1

### СТАН ПИТАННЯ ІСНУЮЧИХ ПОЛОЖЕНЬ ТА ДОСЛІДЖЕНЬ ПОВЕДІНКИ ОСНОВ ФУНДАМЕНТІВ

#### 1.1 Основні закономірності механіки ґрунтів

При визначенні осідань фундаментів та напружено-деформованого стану ґрунтових основ необхідно враховувати основні закономірності механіки ґрунтів як механіку дисперсних середовищ. До основних закономірностей, що описують механічні властивості дисперсних тіл (ґрунтів), відносяться: стисливість, водопроникність, опір зсуву, деформативність.

Стисливість ґрунтів обумовлюється зміною їхньої щільності і, як наслідок, об'єму під дією зовнішніх сил, в результаті переупаковки частинок. Це властивість лише дисперсних матеріалів, яка не враховується в механіці суцільних середовищ. Для визначення стисливості ґрунту будується компресійна крива. Другою особливістю ґрунтів як дисперсних тіл є водопроникність (спроможність фільтрувати воду). Це змінна величина, що залежить від процесу ущільнення ґрунту під навантаженням.

Опір ґрунту зсуву грає визначальну роль у будівельній практиці. Найчастіше він є основним фактором, що визначає поведінку ґрунту під навантаженням. Від опору ґрунту зсуву залежить гранична несуча спроможність фундаментів. Стійкість ґрунтів у укосах та насипах на пряму пов'язана з міцністю ґрунтів на зсув. Тиск ґрунту на шпунтові та підпірні стійки залежить від опору зсуву підтримуваних ними мас ґрунту.

Задачі прикладної геомеханіки потребують знання вихідного НДС непорушеного масиву при дії сил гравітації. Не дивлячись на уявну простоту проблеми, визначення бокового тиску в непорушеному масиві вельми складна і залежить від множини факторів: однорідність, ізотропність, щільність, нелінійна деформативність, реологічні властивості і міцність породи. Сюди потрібно додати наявність порового тиску в водонасичених породах, що ще більше ускладнює проблему [1]. Та потрібно відмітити, що ні в одному випадку не було отримано результату, коли боковий тиск перевищував би вертикальний.



Перевагу горизонтальних напружень над вертикальними в земній корі пов'язують лише з тектонічними силами. Інженерний прогноз направленості геомеханічних процесів для перспективного планування та освоєння території будівельного майданчика потребує дослідження горизонтальних сил, що виникають в ґрунтових основах споруд.

Найбільш суттєвий вплив геотектонічних сил спостерігається під час землетрусів, ці сили є наслідком концентрації геотектонічного поля напружень. Згідно з сучасними уявленнями [23] механізм осередку землетрусів пов'язують з напруженим станом і пружною віддачею порід в момент землетрусів. Складний процес накопичення пружних деформацій та їх вивільнення вивчає геофізика. Прояви сейсмічної активності на земній кулі прив'язані до зон з характерними ознаками концентрації геотехнічного поля напружень. Накопичення граничних пружних переміщень блоків проходить поступово, а момент землетрусу – це різке зміщення сторін розриву в положення, в якому відсутні пружні деформації. Активізація сейсмічних процесів спостерігається також і через антропогенні фактори – інженерна діяльність людини – заповнення водосховищ, відкачка підземних вод, нафти і газу, ядерні вибухи, будівництво наземне і підземне.

Динаміка розвитку зсувних процесів (найрозповсюдженіших видів гравітаційних зміщень) носить просторово-часовий характер і визначається багаточисленними факторами, що в значній мірі ускладнюють проблему інженерного прогнозування.

### **1.1.1 Граничний опір ґрунту зсуву. Умова міцності**

Під дією зовнішнього навантаження в окремих точках (областях) ґрунту ефективне напруження може перевищити внутрішні зв'язки – між частинками ґрунту, виникнуть ковзання (зсуви) одних частинок або їхніх агрегатів по інших та може порушитися однорідність ґрунту в деякій області, тобто міцність ґрунту буде порушена.

Внутрішнім опором, що перешкоджає переміщенню (зсуву) частинок в ідеально сипучих тілах, до яких можна віднести чисті піски, буде лише тертя, що виникає в точках контакту частинок. У ідеально зв'язних ґрунтах, таких як дуже в'язкі дисперсні глини, переміщенню частинок чинитимуть опір тільки внутрішні структурні зв'язки та в'язкість водноколоїдних оболонок.

Природні глини мають як в'язкі (водноколоїдні), так і жорсткі (кристалізаційні) внутрішні зв'язки, причому роль тих або інших зв'язків для різних глин є різною.

Поки ефективним напруженням внутрішні зв'язки не зрушені, зв'язний ґрунт поводитиметься як квазітверде тіло, що має лише пружні сили зчеплення.

Під силами зчеплення мається на увазі опір структурних зв'язків всякому переміщенню зв'язаних ними частинок, незалежно від величини зовнішнього тиску.

Якщо навантаження буде таке, що ефективно напруження перевершить міцність жорстких структурних зв'язків, то в точках контакту мінеральних частинок та по поверхнях їхніх водно-колоїдних (міцно пов'язаних з мінеральними частинками) прошарків зрушенню частинок чинитимуть опір водноколоїдні зв'язки, що ще залишилися і нові, що виникають. Розділити ці види опору тільки на тертя і тільки зчеплення у багатьох випадках не видається можливим, тому що одночасно матиме місце як тертя зсувних частинок одна об одну, так і подолання в'язких опорів, які завжди залишаються в глинистих ґрунтах, тому що (якщо жорсткі зв'язки вже зруйновані) при подоланні одних зв'язків виникають нові.

Як показують багаточисленні досліді, опором зсуву незв'язних твердих мінеральних частинок є лише їхній опір тертю, що пропорційний зовнішньому тиску; опір же агрегатів частинок з водно-колоїдними зв'язками складається як із в'язкого опору ковзанню, величина якого залежить від швидкості наростання зсувних зусиль, так і сил зчеплення, які у свою чергу залежать від величини ущільнюючих тисків, що виникають в точках і на поверхні контактів частинок.

Механічні властивості ґрунтів з метою визначення відповідних характеристик, отримання залежностей, що описують деформування ґрунтів, досліджуються при лабораторних та польових дослідженнях. В низці випадків допускається приймати характеристики за довідковими даними (для попередньої оцінки геологічних умов будівельного майданчика). Лабораторні дослідження набагато дешевші польових, та при їх проведенні працюють з порівняно невеликими зразками, що не завжди вірно відображають властивості ґрунтів. При їх проведенні не завжди вдається обійтись без деякого порушення структури ґрунту, особливо при відборі зразків нижче рівня ґрунтових вод. Польові дос-

лідження дозволяють встановити властивості порівняно великих об'ємів ґрунту в умовах натурального залягання. Та ці дослідження відносно складні і трудомісткі.

В фізиці розрізняють тверді тіла, рідини і гази. Та ґрунти не можна віднести ні до однієї із цих груп. Вони включають в себе тверду, рідку і газоподібну фази. Стисливість ґрунтів (зміна об'єму пор дисперсних ґрунтів) в основному здійснюється при ущільненні їх під навантаженням, яке може бути при короткочасній дії динамічного навантаження (механічна вібрація, трамбування) чи при довготривалій дії статичного навантаження (компресії, консолідації). При ущільненні ґрунту жорсткі контакти між мінеральними частинками порушуються, що обумовлює переупаковку частинок і їх більш щільну укладку, *змінюється структура ґрунту*, адже відомо, що рух спричиняє зміну структури системи.

Класичним досвідом дослідження стисливості ґрунтів є введені К. Терцагі компресійні дослідження (експериментальний графік залежності коефіцієнта пористості  $e = \frac{V_{nop}}{V_{тв.}}$  від тиску  $p$ ). Компресійні дослідження придатні для оцінки стискуваності будь-яких дисперсних матеріалів (зв'язних, сипучих) та для водонасичених.

Таким чином, особливістю ґрунтів, що і відрізняє їх від конструкційних матеріалів, є їх дисперсність, наявність як пор, так і твердих частин. Наявність пор в ґрунтах при незначних міцнісних зв'язках між твердими частинками по суті визначає їх фізичний стан та механічну поведінку. До фізичних характеристик ґрунту відносяться його гранулометричний склад, вологість  $w$ , ступінь вологості  $S_r$ , щільність  $\rho$ , коефіцієнт пористості  $e$ . Механічними характеристиками ґрунтів ( $E, \nu, \varphi, c$ ) кількісно вимірюється реакція (відгук) ґрунту на зовнішній вплив. На відміну від фізичних характеристик механічні властивості ґрунтів оцінюють механічну поведінку ґрунту в рамках тієї розрахункової моделі, параметрами якої вони є.

Показники опору ґрунтів зсувним зусиллям – це основні міцнісні показники опору тіл зовнішнім силам – для ґрунтів мають ту основну особливість, що вони змінні, залежать від тиску і умов в точках контакту частинок, що чинять опір зсуву.

Правильний вибір показників опору зсуву ґрунтів має первинне значення для практики, тому що він обумовлює точність інженерних

розрахунків за визначенням граничного навантаження на ґрунт, стійкість масивів ґрунту та тиск ґрунтів на огороження.

Експериментальне визначення опору ґрунтів зсуву може здійснюватися різними методами: за результатами прямого площинного зрізу, простого одновісного стиснення, тривісного стиснення, зрізу по циліндричній поверхні, втискування та ін. [3].

Ґрунти відрізняються від багатьох інших матеріалів тим, що їхній опір зсуву – величина змінна. Визначити опір зсуву можна польовими та лабораторними дослідженнями. Польові дослідження дороги, і повторити граничні умови їх проведення важко. Лабораторні дослідження проводять на приладах прямого зсуву (рис. 1.1) – штамп (рухомий), нижній штамп (нерухомий), обойма з ґрунту. При проведенні досліджень обойма спеціально зміщується в бік, зрізуючи зразок по деякій площині між двома частинами обойми. Передбачено можливість прикладання вертикального навантаження до верхньої половини обойми, щоб відтворити ефект тиску ваги перекриваючої товщі на ґрунт зразка.

Граничний опір ґрунтів зсуву при прямому зрізі визначається при випробуванні ґрунтів на однозрізних приладах (рис. 1.1), при цьому циліндричний зразок ґрунту (після попереднього ущільнення або без ущільнення – залежно від умов випробування) поміщається в одометр так, щоб одна його половина залишалася нерухомою, а інша могла переміщатися горизонтально під дією горизонтального рушійного навантаження  $T$ , що прикладається до неї. При цьому має бути забезпечена можливість збільшення або зменшення об'єму ґрунту при зрізі [9–11, 24].

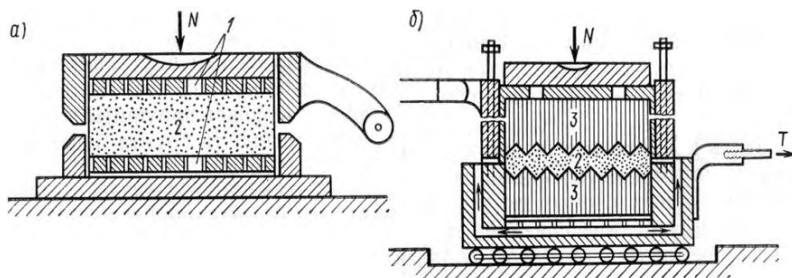


Рисунок 1.1 – Прилад прямого зсуву для випробування ґрунтів на зріз

Для кращого зв'язку штампу з ґрунтом штамп виготовляють з виступами (трикутними або пластинчастими) які, врізаючись у верхню та нижню поверхні зразка ґрунту, забезпечують зв'язок штампa з ґрунтом і більш рівномірний розподіл зсувної напруги по площині зрізу. Зсувне зусилля прикладають до одометра ступенями або з безперервним зростанням (наприклад, за допомогою струменя води, дробу (і т. ін.) до тих пір, поки не відбудеться зрізання і ковзання однієї частини ґрунту по іншій. Одночасно з прикладенням горизонтального навантаження  $T$  і протягом всього часу випробування проводять вимірювання вертикальних і горизонтальних деформацій ґрунту, що дає можливість при випробуванні ущільнених глинистих ґрунтів вводити «поправку на косий зріз» і за результатами вимірювань накреслити діаграму зсуву (рис. 1.2).

Рисунок 1.2б ілюструє вплив початкової щільності сипкого ґрунту на його деформації при зсуві при постійній швидкості деформації. Якщо ж постійність швидкості деформації не виконуватиметься (наприклад, при застосуванні зсувного навантаження ступенями або поступовим її зростанням), то вид діаграми зсуву буде таким, як показано на рис. 1.2а.

Слід зазначити, що, як показує діаграма зсуву (рис. 1.2б), сипкий ґрунт при зсуві досягає певного коефіцієнта пористості незалежно від того, мав він спочатку щільний чи пухкий стан.

Цей коефіцієнт дістав назву коефіцієнта критичної пористості для цього піщаного ґрунту при зсуві, оскільки пористість щільних ґрунтів при зсуві зменшується, а більш пухких – збільшується.

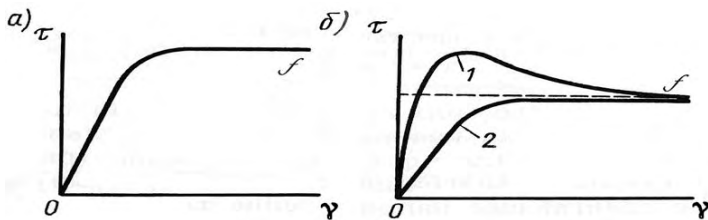


Рисунок 1.2 – Діаграма горизонтальних деформацій при прямому зрізі: а) при поступово зростаючому навантаженні; б) при постійній швидкості деформування; 1 – для щільного піску; 2 – для пухкого піску

В практиці проектування розглядається граничний опір ґрунтів зсуву, що відповідає на діаграмі зсуву (рис. 1.2б) точці  $f$ , коли вичерпується повністю опір ґрунту зсувним зусиллям.

### 1.1.2 Закон Кулона

Сипкі ґрунти (різного роду піски, за винятком сльодяних, крупно-обломочні ґрунти, та інші) при збільшенні на них зовнішнього тиску (на величину близько декількох  $\text{кг}/\text{см}^2$ ) трохи змінюють свою щільність, і практично цими змінами при випробуванні сипких ґрунтів на граничний опір зсуву можна знехтувати.

Після навантаження зразка ґрунту деяким навантаженням на стискування (вертикальне) прикладають зсувне (горизонтальне) навантаження, збільшуючи його до тих пір, поки не виникнуть без подальшого збільшення зсувного навантаження незатухаючі деформації зсуву що прогресивно зростають  $\gamma$  (рис. 1.2а) і відбудеться зріз (ковзання) однієї частини зразка ґрунту по іншій. Величину максимального граничного опору зсуву при цьому рівні навантаження відносять до одиниці площі поперечного перерізу зразка, вважаючи розподіл зсувного напруження рівномірним. Потім ідентичний зразок того ж ґрунту навантажують більшим тиском та знову визначають максимальний опір зсуву (зрізу). Дослід повторюють при декількох ущільнюючих тисках  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  і за їхніми результатами будують діаграму граничного опору зсуву, відкладаючи по одній осі (вертикальній) граничні зсувні напруження ( $\tau$ ,  $\text{кг}/\text{см}^2$ ), а по іншій (горизонтальній) – тиски, що відповідають ущільнюючому навантаженню (рис. 1.3б) [7, 28].

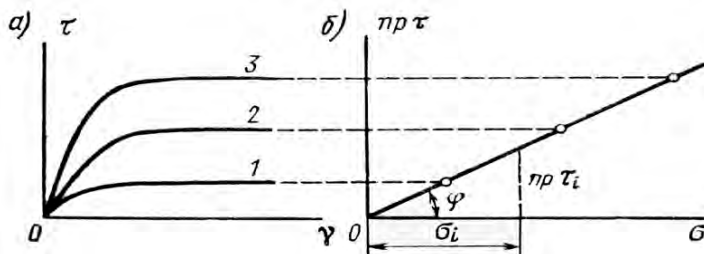


Рисунок 1.3 – Діаграма граничних напружень зсуву для сипучих ґрунтів

Як показують результати численних випробувань [8], діаграма граничних опорів зсуву для сипучих ґрунтів є строго прямою, що виходить з початку координат (для ідеально сипучих ґрунтів) та нахилена під кутом  $\varphi$  до осі тисків (рис. 1.3б).

Згідно з діаграмою зсуву для сипучих ґрунтів будь-яке граничне зсувне напруження  $\tau_i$  рівне

$$\tau_i = tg\varphi \cdot \sigma_i, \quad (1.1)$$

чи, позначивши коефіцієнт пропорційності  $tg\varphi = f$ , отримаємо:

$$\tau_i = f \cdot \sigma_i. \quad (1.2)$$

Оскільки опір сипучих ґрунтів зсуву є їхнім опором тертю, то кут  $\varphi$  має назву кута внутрішнього тертя, а величина  $tg\varphi = f$  – коефіцієнта внутрішнього тертя.

Співвідношення (1.2) є основною міцнісною залежністю для сипучих ґрунтів, установленною ще в 1773 р. Ш. Кулоном, та може бути сформульовано таким чином: граничний опір сипучих ґрунтів зсуву це опір тертю, він прямо пропорційний нормальному тиску. Ця залежність в механіці ґрунтів носить назву закону Кулона.

Зв'язні ґрунти (глини, суглинки і супіски) відрізняються від ґрунтів сипучих (незв'язних) тим, що частинки цих ґрунтів пов'язані між собою пластичними (водно-колоїдними), та частково жорсткими цементаційно-кристалізаційними зв'язками, при цьому опір їх зсуву у більшій мірі залежатиме від їхньої зв'язності (від сил зчеплення).

Як було показано, всякий зовнішній тиск на водонасичені зв'язані глинисті ґрунти за умови вільного відтоку води, що видавлюється зовнішнім тиском, викликає значну зміну їх щільності і вологості, що і позначається на їх загальному опорі зсуву.

Основними видами випробувань зв'язних ґрунтів на зсув будуть випробування за закритою системою та випробування за відкритою системою (консолідовано-дренованою).

У першому випадку зразки зв'язних ґрунтів мають бути випробувані за відсутності умов витискування води з пор ґрунту і так, щоб під час випробування практично не змінювалася їхня щільність–вологість, що можна виконати лише при швидкому зсуві. Результати такого випробування наведені на рис. 1.4, причому на рис. 1.4а подана залеж-

ність опору зсуву зв'язного (глинистого) ґрунту від його вологості (або щільності, оскільки для повністю водонасичених ґрунтів між вологістю і коефіцієнтом пористості існує пряма залежність, а на рис. 1.4б – залежність опору зсуву, від величини нормального ущільнюючого тиску (стискуючої напруги  $\sigma$ ).

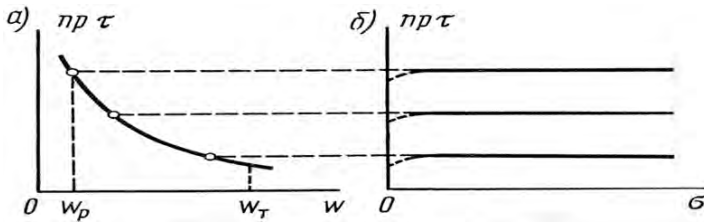


Рисунок 1.4 – Діаграма граничних напружень зсуву зв'язних глинистих ґрунтів в умовах закритої системи

Якщо перша крива показує дуже суттєвий вплив щільності–вологості ґрунту на його опір зсуву, то друга (рис. 1.4б) констатує той факт, що при не дренованому випробуванні та збереженні вологості ґрунту граничний опір зсуву  $\tau$  практично не залежить від величини зовнішнього тиску (стискуючого напруження  $\sigma$ ), змінюючись лише при зміні щільності–вологості ґрунту.

Інший характер має діаграма зсуву зв'язних ґрунтів, що випробовуються за відкритою системою. Якщо використати при випробуванні зв'язного ґрунту на зсув той же метод, що і при випробуванні сипучих ґрунтів, тобто спочатку ущільнювати зразок ґрунту деяким тиском, а потім випробовувати його на зсув при тому ж тиску, то результати низки випробувань не можна буде віднести до одного будь-якого стану щільності і вологості ґрунту, оскільки кожному тиску буде відповідати своя вологість–щільність, а результати випробувань характеризуватимуть опір зсуву різних за щільністю зразків ґрунту.

Для отримання модуля деформацій зразків зв'язного ґрунту однієї і тієї ж щільності (одного і того ж коефіцієнта пористості) користуються гілкою розвантаження компресійної кривої (рис. 1.5а), згідно з якою до деякого тиску  $\sigma_0$  майже для усіх зв'язних ґрунтів зміна коефіцієнта пористості при розвантаженні дуже незначна. Тому заготовлюють декілька зразків ґрунту, заздалегідь ущільнюючи їх найбіль-



шим тиском до повної стабілізації осідань, а потім розвантажують до менших тисків (але великих  $\sigma_0$ ), і після стабілізації деформацій розущільненням випробовують зразки зв'язних ґрунтів при цих тисках. У останньому випадку можна вважати, що опір зсуву декількох зразків зв'язного ґрунту, що випробовуються при різному тиску, відповідати-ме його щільності–вологості при найбільшому тиску.

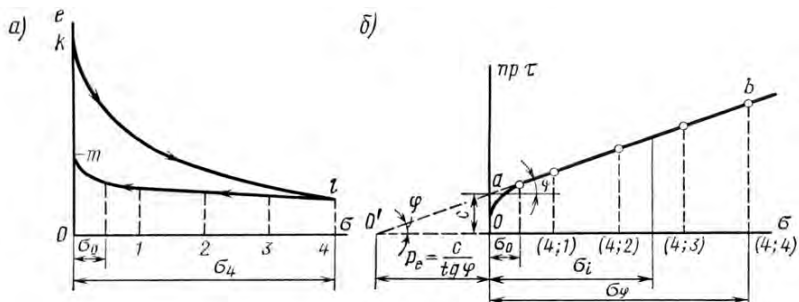


Рисунок 1.5 – Діаграма граничних напружень зсуву зв'язних глинистих ґрунтів в умовах відкритої системи

Відмітимо, що існує ще другий спосіб для побудови діаграми зсуву зв'язних ґрунтів за одним їхнім зразком (природної або порушеної структури – залежно від умов випробування), використовуючи результати незалежного визначення сил зчеплення, що буде викладено дещо нижче.

Як показують численні випробування, діаграма зсуву зв'язних ґрунтів в досить великому діапазоні тисків, який цілком задовольняє будівельну практику (від  $\sigma_0 \approx 0,5 \text{ Кг/см}^2$  (50 МПа) до  $\sigma_\varphi \approx 5 \dots 7 \text{ Кг/см}^2$  (500–700 МПа)), також добре описується рівнянням прямої лінії.

Якщо використовувати позначення за рис. 1.5б, то рівняння прямої, проведеної через експериментально знайдені точки, матиме такий вигляд:

$$\tau = c + tg\varphi \cdot \sigma_i,$$

а оскільки  $tg\varphi = f$ , то

$$\tau = c + f \cdot \sigma_i. \quad (1.3)$$

Рівняння (1.3) виражає закон Кулона для зв'язних ґрунтів, який може бути сформульований таким чином: граничний опір зв'язних ґрунтів зсуву при завершених їхній консолідації є функцією першого

ступеня від нормального тиску (стискальної напруги). Кутовий коефіцієнт прямої  $tg\varphi = f$  за аналогією з сипучими ґрунтами носить назву коефіцієнта внутрішнього тертя, а параметр  $c$  (незалежний в явному вигляді від величини зовнішнього тиску) – зчеплення. Величини  $f$  і  $c$  слід розглядати лише як математичні параметри прямолінійної діаграми зсуву зв'язних ґрунтів, що відповідають певній їхній щільності.

Відмітимо, що для неконсолідованого стану повністю водонасичених зв'язних ґрунтів, тобто коли повного ущільнення від цього навантаження ще не досягнуто, частина опору зсуву ґрунту, залежна від величини нормального тиску, буде меншою, оскільки на скелет ґрунту передається не увесь зовнішній тиск, а лише ефективне напруження  $\sigma'$ , рівне різниці між повним тиском (стискаючою напругою  $\sigma$ ) і нейтральним  $U$ . Тоді опір зсуву повністю водонасиченого зв'язного ґрунту при незавершеній консолідації буде за величиною проміжним між опором зсуву, що відповідає початковій вологості ґрунту, та величиною, що відповідає стабілізованому його стану, і визначається виразом

$$\tau = c + f(\sigma - U), \text{ чи } \tau = c + f \cdot \sigma', \quad (1.4)$$

де  $U$  – нейтральний (поровий) тиск, що відповідає даному ступеню консолідації;  $c$  – величина ефективного зчеплення.

Величина відрізка  $c$ , що відсікається діаграмою зсуву на осі граничних зсувів, дорівнює сумарній силі зчеплення ґрунту відповідної його щільності-вологості.

Сумарну величину зчеплення слід розглядати як таку, що складається з двох доданків, що може бути записано (в наших позначеннях) у такому вигляді:

$$c = c_c + c_w, \quad (1.5)$$

де  $c_c$  – жорстке структурне зчеплення (обумовлене міцністю цементацийно-кристалізаційних зв'язків), незворотне при руйнуванні;  $c_w$  – пластичне зчеплення, обумовлене водноколоїдними зворотними зв'язками.

Відмітимо, що при поступовому зростанні зсувного навантаження руйнування структурних зв'язків (як в'язко-пластичних, так і жорстких) йтиме одночасно, і для ґрунту з чисто водно-колоїдними

зв'язками при невеликих тисках (менших  $\sigma_0$ ) початкового параметра опору зсуву  $c$ , не залежного від тиску, може і не спостерігатися, оскільки ці зв'язки починають формуватися вже при незначній величині тиску. Для деяких зв'язних ґрунтів може спостерігатися і незалежність їхнього опору зсуву від величини зовнішнього тиску на початку завантаження, поки структурна міцність не буде здолана.

Таким чином, початкова ділянка діаграми зсуву (рис. 1.5б) вимагає для окремих видів ґрунтів спеціального вивчення. Загальна ж залежність, що описується рівнянням (1.4), буде справедлива з урахуванням зроблених зауважень для дуже важливого діапазону тисків (від  $\sigma_0$  до  $\sigma_\varphi$ ).

Відмітимо також, що якщо продовжити граничну пряму  $a-b$  до перетину з віссю тисків  $a$  (рис. 1.5б) до точки  $O'$ , то з трикутника ( $OO'a$ ) величина параметра  $c$  буде рівна

$$c = \operatorname{tg} \varphi \cdot p_\varepsilon, \quad (1.6)$$

де  $p_\varepsilon$  – деякий всесторонній тиск, який називають тиском зв'язності, що сумарно замінює дію всіх сил зчеплення.

Із співвідношення (1.6) маємо:

$$p_\varepsilon = \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}, \text{ чи } p_\varepsilon = c \cdot \operatorname{ctg} \varphi \quad (1.6')$$

Вирази (1.6') або (1.6) часто використовуються в задачах теорії граничної рівноваги ґрунтів як вирази, які заміняють сили зчеплення зв'язних ґрунтів.

### 1.1.3 Різні випадки діаграми граничних напружень при зсуві

Закон Кулона, що описується рівнянням (1.1) і (1.3), можна розповсюдити і на складний напружений стан ґрунтів, якщо розглядати діаграму зсуву як прямолінійну обвідну кругів граничних напружень Мора. Це ідентично прийняттю для ґрунтів відомої теорії міцності Мора. Як відомо, круги напружень, побудовані для моменту руйнування ґрунту, називають граничними. Їх будують за значеннями найбільшого  $\sigma_1$  і найменшого  $\sigma_3$  напружень, *що фіксують в момент руйнування ґрунту*. Теорія Мора, як і Кулона, виходять із уявлень, що ґрунт руйнується в формі зсуву.

Дійсно, величина зсувних напружень не може бути більшою їхнього граничного значення, розрахованого за рівняннями (1.3), (1.1), та відповідного виникнення безперервного ковзання (зсуву) однієї частини ґрунту по іншій.

$$\tau \leq \sigma \cdot \operatorname{tg} \varphi, \text{ чи } \tau \leq \sigma \cdot \operatorname{tg} \varphi + c.$$

Це значення напруження на граничній прямій відповідає деякій експериментальній точці, яка одночасно повинна належати і колу граничних напружень Мора (рис. 1.6).

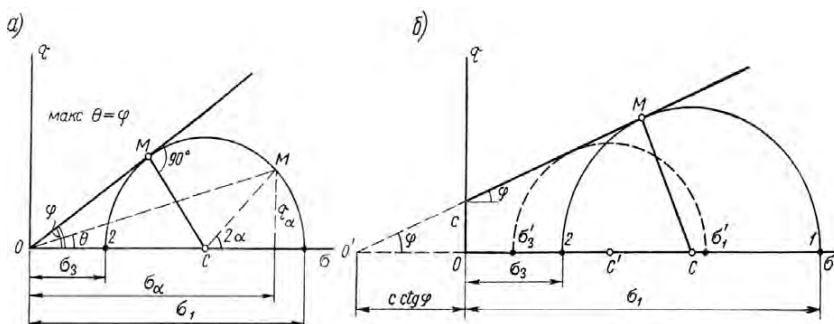


Рисунок 1.6 – Діаграма граничних напружень при зсуві ґрунтів.  
Графічна інтерпретація закону сухого тертя Кулона

Останнє можливо лише у тому випадку, коли пряма  $OM$  (рис. 1.6а) або  $O'M$  (рис. 1.6б) буде дотичною до кола напружень, тобто складе з радіусом кола в точці дотику кут в  $90^\circ$  і пройде через початок координат ( $O$  або  $O'$ ). Викладена умова може бути записана в аналітичній формі. Знаючи величину головних напружень – найбільшого  $\sigma_1$  і найменшого  $\sigma_3$  (визначаючи їх, наприклад, по колу напружень як абсциси перетину кола з віссю  $\sigma$ , якщо коло напружень побудовано за відомими для деякої площини, нахиленої під кутом  $\alpha$  до осі тисків, значеннями  $\tau_\alpha$  і  $\sigma_\alpha$ , або безпосередньо за результатами відповідних випробувань), і враховуючи, що в діаграмі зсуву (див. рис. 1.6) трикутник  $OMC$  або  $O'MC$  прямокутний, матимемо за рис. 1.6а для просторового випадку

$$\sin \varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}. \quad (1.7)$$

Аналогічно за діаграмою зсуву для зв'язних ґрунтів (рис. 1.6б) отримаємо для просторового випадку:

$$\sin \varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 + 2ctg\varphi}. \quad (1.8)$$

Рівняння (1.7) та (1.8) є математичним формулюванням умови граничної рівноваги (умови міцності) сипучих (1.7) та зв'язних (1.8) ґрунтів. Ця умова має величезну кількість практичних застосувань.

Відмітимо також, що показники опору ґрунтів зсуву ( $c$ , кг/см<sup>2</sup> і  $f = tg\varphi$ ) є лише математичними параметрами прямолінійної обвідної кругів граничних напружень. Проте, як показують детальні дослідження, якщо розглядати граничний (що руйнує) опір зсуву у великому діапазоні зміни тисків та різних напружених станів (простих і складних), обвідна кругів граничних напружень в загальному випадку буде криволінійною (рис. 1.7).

При не дуже великих змінах тисків частина обвідної кривої граничного напруження – відрізок  $ab$ , (рис. 1.7) – можна з впевненістю приймати прямолінійним, тобто для тисків, менших  $\sigma_\varphi$ , буде цілком справедливий закон Кулона і умови граничного напруженого стану ґрунтів (рівняння (1.7), (1.8)), що виходять з нього.

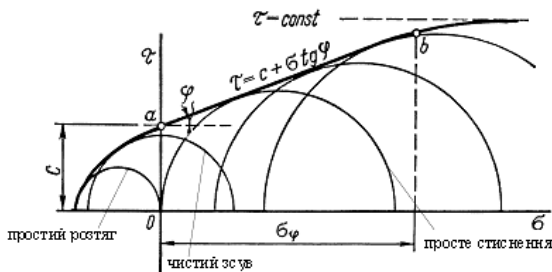


Рисунок 1.7 – Загальний випадок обвідних граничних напружень при зсуві

Таким чином, теорія граничної рівноваги досліджує лише напружений стан і не дозволяє визначити його деформації.

При моделюванні НДС ґрунтового середовища записуються:

- рівняння рівноваги;

Шановний читачу!

Умови придбання надрукованих примірників монографії наведені на сайті видавництва <http://publish.vntu.edu.ua/get/?isbn=978-966-641-476-5>

Уважаемый читатель!

Условия приобретения печатных экземпляров монографии приведены на сайте издательства <http://publish.vntu.edu.ua/get/?isbn=978-966-641-476-5>

Dear reader!

You may order this monograph at the Web page <http://publish.vntu.edu.ua/get/?isbn=978-966-641-476-5>

*Наукове видання*

**Моргун Алла Серафимівна**

**МЕТОД ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ  
В РОЗРАХУНКАХ СХИЛІВ**

Монографія

Редактор Н. Мазур

Оригінал-макет підготовлено автором

Підписано до друку 13.08.2012 р.  
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.  
Гарнітура Times New Roman.  
Друк різнографічний. Ум. др. арк. 5,49  
Тираж 100 прим. Зам № 2012-108

Вінницький національний технічний університет,  
КІВЦ ВНТУ,  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,  
ВНТУ, ГНК, к. 114.  
Тел. (0432) 59-85-32.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті,  
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі,  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,  
ВНТУ, ГНК, к. 114.  
Тел. (0432) 59-81-59

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.