

**Олег Кедровський**

**МЕТОДИ ПОБУДОВИ  
ТЕОРЕТИЧНИХ СИСТЕМ ЗНАННЯ  
ДІАЛОГ ФІЛОСОФА І МАТЕМАТИКА**

**Львів  
ННБК «АТБ»  
2018**

**УДК**

Рекомендовано до видання вченою радою Інституту філософії, логіки і соціології (протокол № 1 від 17 січня 2018 р.)

**Укладач:**

**доктор філософських наук С. М. Повторева**

**переклад з російської мови С. М. Повторєвої**

*Наукові редактори:*

**доктор філософських наук В. С. Ратніков**

**кандидат технічних наук А. Ю. Глазов**

*Рецензенти:*

**доктор філософських наук В. О. Цикін**

**доктор філософських наук В. С. Возняк**

**Кедровський, О. І.**

Методи побудови теоретичних систем знання. Діалог філософа і математика : монографія / О. І. Кедровський; [пер. з рос., вступне слово, термін. та імен. покажчики С. М. Повторєвої]. – Львів: Вид-во ННВК «АТБ», 2018.



**Олег Іванович Кедровський  
(1939-2005)**

28 лютого 2005 р. на 66-му році життя відійшов у вічність Олег Іванович Кедровський – доктор філософських наук, професор, член редколегії журналу «Sententiae». Залишив цей світ один з найбільших в Україні фахівців з філософії науки, філософських проблем математики, історичного взаємозв'язку між філософією та математикою. Його наукові праці знали і цінували не тільки в Україні, але і за її межами.

О. І. Кедровський народився 5 вересня 1939 р. Дитинство провів у м. Ріпки Чернігівської області, у 1956 р. закінчив у Херсоні середню школу із золотою медаллю, у 1956 – 1961 роках навчався в Київському політехнічному інституті, після закінчення якого працював інженером, згодом завідувачем лабораторії на одному з оборонних підприємств Києва. Ще в студентські роки зацікавився філософією, що поступово захопила його настільки, що стала справою всього життя.

Найплідніший період творчої діяльності Олега Івановича пов'язаний з Київським університетом імені Т. Г. Шевченка, де він працював на кафедрі

рах діалектичного матеріалізму і філософії природничих факультетів, пройшовши шлях від аспіранта до професора. У цей же період він успішно захищає кандидатську (1967) і докторську (1982) дисертації. З 1987 по 2003 Олег Іванович працював професором кафедри філософії Вінницького технічного університету. Саме завдяки його зусиллям кафедра філософії перетворилась на колектив, спроможний розв'язувати актуальні наукові проблеми; Олег Іванович започаткував низку наукових досліджень, які продовжуються й сьогодні на кафедрі філософії, зокрема й у межах держбюджетних тем.

Особливо хочеться відзначити без перебільшення самовіддану роботу Олега Івановича з аспірантами і молодими вченими, для яких він ніколи не шкодував ані енергії, ані часу. Результатом цієї праці стали 20 кандидатських і 4 докторські дисертації, підготовлених і успішно захищених під його безпосереднім керівництвом. І важко полічити тих, кого професор Кедровський консультував, підтримував доброю і слушною порадою.

О. І. Кедровський був організатором і активним неформальним учасником багатьох наукових конференцій і симпозіумів. Його яскраві виступи часто ініціювали цікаві і плідні дискусії.

Наукова діяльність професора О. Кедровського втілилася у понад 120-і працях, серед яких 10 індивідуальних монографій. Представлена книга Олега Івановича, присвячена взаємозв'язку філософії й математики, свого часу видрукувана німецькою мовою в НДР, була перевидана вже після об'єднання Німеччини і має репутацію одного з найавторитетніших підручників в деяких німецьких університетах.

Однак коло захоплень Олега Івановича не вичерпувалося лише філософією науки і філософськими проблемами математики. Він був завзятим альпіністом, що підкорив не одну гірську вершину Кавказу, Тянь-Шаню і Паміру. Його пам'ятають також і як пристрасного аматора подорожей на байдарці. Любив він і порибалити чи просто навесні піти до лісу за березовим чи кленовим соком, а пізніше – за ягодами чи грибами. І завжди намагався зацікавити цим колег, обдаровуючи їх щирою теплотою серця і багатством своєї багатогранної особистості.

Олег Іванович Кедровський залишиться в пам'яті численних своїх студентів, яким запам'яталися блискучі лекції з улюблених його тем: філософії математики та античної філософії. Колеги і близькі вічно пам'ятатимуть Олега Івановича як вірного друга, вдумливого і доброзичливого радника, мудрого наукового керівника і яскравого вченого.

*колеги по кафедрі філософії та гуманітарних наук  
Вінницького національного технічного університету*



## **СПОГАДИ ПРО ПРЕКРАСНОГО ФІЛОСОФА**

### **О. І. КЕДРОВСЬКОГО**

З Олегом Івановичем я зустрівся вперше у травні 1976 року. На цій зустрічі Олег Іванович зробив аналіз моїх матеріалів із математизації наукового знання. При цьому він зазначив, що центральним завданням філософії математики є з'ясування природи математичного знання та статусу математичних об'єктів. Особливо він наголосив, що історично мають місце різні підходи до вирішення цієї проблеми. Наприклад, у філософії піфагореїзму математика тлумачилася як єдине справжнє знання, що є відображенням нерухомого та вічного світу. У філософії емпіризму, яка з достатньою ясністю була висвітлена Аристотелем, вихідні математичні поняття розуміли як абстракції від світу речей, даних у досвіді.

У Новий час з'явилися апріористські погляди щодо математики, які тлумачили математичні уявлення як вроджені чи властиві людській свідомо-

сті як його необхідні форми (Декарт, Лейбніц, Кант). У ХІХ столітті в контексті обговорення неевклідових геометрій, абстрактних алгебр було вироблено формалістське уявлення про сутність математичного знання, згідно з яким математика не має предмета, спорідненого з предметом досвідних наук, а є лише логічним методом, який використовується досвідними науками. Він рекомендував мені ознайомитися з його роботами: «Взаємозв'язок філософії та математики у процесі історичного розвитку. Від Фалеса до епохи Відродження»; «Взаємозв'язок філософії та математики у процесі історичного розвитку. Від доби Відродження до ХХ століття». Я попросив його стати своїм науковим керівником. Ми узгодили тему кандидатської дисертації: «Математизація наукового знання – об'єктивна закономірність науково-технічної революції», яка була затверджена на Вченій раді філософського факультету Київського державного університету. Після цієї зустрічі я кожні два місяці зустрічався з Олегом Івановичем у Києві та інформував його про зміст виконаної роботи. У лютому 1979 року я успішно захистив дисертацію. Спільно з ним пізніше ми підготували та видали у 1981 році роботу «Математизація наукового знання – об'єктивна закономірність науково-технічної революції» (Київ: Знання, 1981. – 87 с.). Активна спільна наукова творча робота з Олегом Івановичем тривала і надалі. Так, у 1984 році він був рецензентом моєї монографії: «Практика та абстрактне мислення (на матеріалах дедуктивних наук)» (Київ: Вища школа, 1984. – 156 с.). У ході розмов Олег Іванович неодноразово розповідав про переклади його наукових монографій з філософських проблем математики за кордоном (у Німеччині, Англії, Японії та інших країнах) та показував відгуки.

*Доктор філософських наук, професор*  
В. О. Цикін

## ПРО ОЛЕГА КЕДРОВСЬКОГО: ВЧЕНОГО ТА ЛЮДИНУ

Ім'я Олега Івановича Кедровського добре відоме багатьом із філософської громадськості мого покоління, особливо тих, хто досліджує філософією математики, а також філософією та методологією науки взагалі.

Вперше я познайомився з Олегом Івановичем заочно, ще у рідному Новозибкові Брянської області. Я тоді викладав у місцевому педінституті вищу математику та теоретичну фізику, готував реферат до вступу до аспірантури Інституту філософії АН УРСР. Серед новинок інститутської бібліотеки я звернув увагу на книгу Олега Ігоровича, присвячену взаємозв'язку філософії та математики в епоху античності, і вона багато в чому допомогла мені під час написання реферату. Наступний епізод – це реальне знайомство з Олегом Івановичем на першому році аспірантури. Познайомив мене тоді мій науковий керівник, Валентин Сергійович Лук'янець, зазначивши, що це один з найкращих філософів математики СРСР. Згодом я не раз переконувався у справедливості такої високої оцінки. Вже під час першої зустрічі я побачив, наскільки це яскравий і живий розум, здатний досить складні та делікатні питання пояснювати просто та зрозуміло. Пізніше я не раз чув від колег про успіх його блискучих лекцій у Київському університеті ім. Т. Г. Шевченка. У 80-ті роки ми неодноразово зустрічалися в різних ситуаціях, у тому числі і на конференціях. Мені особливо запам'ятався один епізод із цих зустрічей, що показує, наскільки успішно він працював з аспірантами. Незадовго до однієї з конференцій я приїхав до Олега Івановича, щоб почути його думку про ідейний бік моїх тез, написаних для майбутньої конференції. Проте я знайшов його за бесідою з двома аспірантами на кафедрі. Побачивши мене, він не став марнувати часу і приєднав мене до цієї бесіди, або, швидше, дискусії, попередньо коротко і чітко окресливши її предмет. Мене відразу вразила його здатність за допомогою низки провокаційних (у хорошому сенсі цього слова) питань домагатися прояснення, розуміння предмета обговорення. Обговорюючи ту чи іншу ідею, нехай, можливо, незрілу Олег Іванович умів виявити її перспективу, обґрунтувати цю перспективу так, що це створювало зрештою у молодого аспіранта впевненість у собі. Згодом я помічав, що в аспірантів загалом складалася про Олега Івановича думка як про надійного наукового керівника, в тому сенсі, що, потрапляючи до нього, аспірант знаходив впевненість у успішному фініші.

Будучи в докторантурі, я дізнався, що Олег Іванович переїхав до Вінниці, і вийшло так, що після докторантури ми почали працювати на одній кафедрі філософії Вінницького технічного університету. Згадуючи цей вінницький період життя Олега Івановича, я хотів би відзначити принаймні три його заслуги. По-перше, це досягнення у створенні філософського суспільства, по-друге, організація низки наукових конференцій, і, по-третє, це пропаганда логіки. Щодо першої його ініціативи – створення філософського суспільства, хочу зазначити, що вона була цілком природною на той час на тлі невдач зі створення загальноукраїнського філософського суспільства. І Олегу Івановичу вдалося мобілізувати філософську громадськість Вінниці та близьких до неї колег, і ця первинна організація була справді створена та юридично оформлена. Під егідою суспільства проведено низку наукових конференцій та реалізовано кілька видавничих проектів. Хочу тут відзначити збірку матеріалів однієї з конференцій 1994 року «Методологічні проблеми інженерної діяльності», збірку, яку складав та редагував Олег Іванович і яка згодом отримала заслужене визнання фахівців.

Тепер про логіку. Справа в тому, що Олег Іванович справедливо вважав, що знання логіки необхідне сучасному інженеру, і в цьому сенсі він доклав багато зусиль для того, щоб запровадити курс логіки на деяких спеціальностях нашого вишу. Більше того, було перебудовано програму загального нормативного курсу філософії, в яку було запроваджено кілька заключних лекцій та семінарів з логіки.

І ще в моїй пам'яті Олег Іванович залишиться виключно доброю і порядною людиною, яка не терпить хамства ні до себе, ні до інших. Наведу ще одну деталь, так би мовити, життєвого характеру, деталь, що зближує мене з Олегом Кедровським. Йдеться про прихильність до невеликих затишних містечок, у яких пройшло наше дитинство. У мене це Новозибков, а в Олега Івановича – Ріпки, містечко Чернігівської області. Він мені не раз розповідав про це затишне містечко. Проїжджаючи через це містечко дорогою до свого рідного Новозибкова, я раз у раз згадую Олега Івановича. І, напевно, згадуватиму, поки живу.

*Грудень 2017 р.*

*Доктор філософських наук, професор  
В. С. Ратніков*



## **НЕПІДВЛАДНИЙ ЗАБУТТЮ: СЛОВО ПРО ОЛЕГА КЕДРОВСЬКОГО І ЙОГО КНИГУ**

Поштовхом до роботи над перекладом цієї надзвичайно цікавої праці доктора філософських наук, професора О.І. Кедровського, який тривалий час працював в Київському державному університеті імені Т. Г. Шевченка (нині Київський Національний університет імені Т. Г. Шевченка), став наш (мій і мого чоловіка Віктора Петровича Савельєва) візит до столиці задля участі в Міжнародній науковій конференції «Дні науки філософського факультету – 2006», що відбулася 12- 13 квітня цього ж року в згаданому вище університеті. Одну з секцій присвятили пам'яті двох непересічних філософів, яких я знала особисто в часи мого навчання в аспірантурі КДУ (1985-1989 роки). Передчасна смерть Олега Івановича Кедровського, а трохи згодом (не пройшло і року!) його учня і послідовника Леоніда Олексійовича Солов'я вразила багатьох не тільки українських, але й зарубіжних філософів та інших людей, які їх глибоко поважали.

В моєму уявленні вшанування особистостей такого ґатунку повинно відбуватися не лише у вигляді доповідей про життя і творчість, але й шляхом перевидання їх праць, адже ці роботи є істотним внеском у вітчизняну філософію математики, методологію науки та інші галузі філософського і наукового пізнання. Однак серед книг, що пропонувалися делегатам конференції для ознайомлення і можливого придбання, я так і не побачила жодного примірника робіт цих двох авторів. Після конференції стихійно відбулась наша зустріч у вузькому колі з професорами Вадимом Леонідовичем Чуйко і Володимиром Созоновичем Ратніковим. Обидва довгий час були колегами і друзями О. І. Кедровського і Л. О. Солов'я. В процесі спілкування дізналася, що перевиданих книг немає, оскільки відсутні переклади українською мовою. Водночас, як зауважив В.Л.Чуйко, деякі праці цих вчених є цікавими для студентів природничих факультетів, особливо математиків, використовуються окремими викладачами Київського Національного університету у викладанні курсу філософії та методології науки, ряду спецкурсів. В мене був із собою примірник роботи О. К. Кедровського «Методы построения теоретических систем знания. Диалог философа и математика» (К.: Вища школа, 1982). Під час бесіди виявилось, що це найбільш цікава і доступна для сприйняття студентами праця О. І. Кедровського, але ентузіастів перекласти її українською мовою поки не знайшлося. Ось так виник задум здійс-

нити переклад і тим віддати шану видатному вченому, сміливому, яскравому Мислителю.

Олег Іванович, на думку багатьох, хто перебував з ним в одному інтелектуальному просторі, мав здатність генерувати ідеї, вмів передавати імпульси творчої енергії іншим. Багато докторів і професорів, які нині посідають чільні місця в адміністрації Київського Національного, інших університетів України (та деяких пострадянських держав), набули творчого натхнення, написали дисертації, книги і статті під впливом спілкування з ним. Вважаю, що він створив філософську школу, хоч не всі учні визнають його як вчителя і засновника школи, розпорошені географічно і політично. Однак ніхто з них не зітре з пам'яті тих часів, коли мав розкіш спілкування з яскравим українським Філософом – Олегом Івановичем Кедровським та з колом його учнів і шанувальників. Він провокував дискусії, влаштовував своєрідні діалоги (які нагадували сократівські), щоб допомогти творчим людям народити конструктивну ідею, нову думку, врешті решт власну істину. І творча думка в незаангажованому, напруженому, захопливому пошуку народжувалася; це завжди було свято інтелекту.

Олег Іванович не був політично орієнтованою людиною, критиком радянського режиму, хоч його власне життя не було всіяне квітами: репресії, які пережили його батьки, лишили гіркий слід в душі. Однак він не міг не бачити тоталітаризму і зрівнялівки в організації тієї сфери діяльності, в якій працював – в житті університету та його підрозділів. На підтвердження цієї думки наведу уривок зі статті одеського філософа К. О. Димського: «Один, відомий в ті часи філософ з Києва (О. І. Кедровський – ось хто, дійсно, був би справжнім менеджером від науки, якщо би вгадав він кращий час для свого народження), сказав мені тоді:

– Ти розумієш, ми живемо в системі, де є «золоте правило» управління. Уяви собі статичний зріз стану кафедр філософії у вигляді ламаної кривої – навколо вісі затвердженої ідеології...

Так ось, принцип управління доволі простий: «Зрізай вершини, що випинаються!» (Олег Іванович був ще й альпіністом). Вважай, що ви потрапили під «золоте правило» [1, с.232-233].

Як засвідчує цей текст, Олег Іванович був відомий український філософ, мав талант наукового менеджера (тобто вмів відшукувати талановитих науковців, організувати наукові дослідження), однак народився невчасно і тому не зміг належно розкрити свої можливості в цьому напрямі діяльності, полюбляв гірський спорт, міг образно, дотепно, лаконічно (і графічно – в тексті статті наведено малюнок цієї ламаної кривої) окреслити суть радянського управління наукою і освітою. Доволі виразна характеристика!

А тепер хотілося б звернути увагу на декілька змістовних і формальних (стильових) аспектів книги «Методы построения теоретических систем знания. Диалог философа и математика», переклад якої українською мовою здійснено вперше. Вона написана в період, коли мало хто міг передбачити розпад Радянського Союзу. Про що б не писали автори, особливо в ділянці соціально-гуманітарного знання, вони повинні були дотримуватися певних правил і хоча б формально віддавати належне «вісі затвердженій ідеології». Окреслена обставина відчутна в книзі О. І. Кедровського. Мабуть, такі місця тексту можуть видаватися архаїзмом молодим науковцям і студентам. Однак ідеологічні моменти властиві будь-яким творам, оскільки в них відображаються реалії епохи, сучасні творцєві. Це стосується праць не тільки радянських, але й античних, середньовічних, новочасних та будь-яких інших мислителів. Попри цю канву, книга містить зерна істини, які роблять її цінною і актуальною, такою, що здатна збагачувати інтелектуально, сприяти творчим пошукам молодого покоління українських фахівців. В якомусь сенсі твір досягає свого справжнього існування лише після смерті свого автора: будь-яка публікація, оприлюднений текст кладе початок новим стосункам між живими людьми і спадщиною людини, що вже відійшла в інший світ. Нехай життя цієї видатної людини у вигляді записаного і виданого тексту перекладеної українською мовою книги, відділившись від автора, продовжує активне життя завдяки своїм молодим читачам.

Автор обрав форму викладу власних ідей у вигляді діалогу між філософом і математиком, що свідчить про його цікавість до європейської філософської традиції і водночас виразно характеризує його особистість – як мислителя, схильного шукати істину в гострому зіткненні ідей. Він вважав такий стиль особливо зручним для порівняльного аналізу різних точок зору в динаміці, в процесі їх видозмін під впливом розгортання аргументації, при цьому зазначав, що в сучасному йому дискурсі діалог зустрічається епізодично. О. І. Кедровський шукав жвавих форм викладу своїх думок. Він обрав діалог, хоч існуюча в ті часи ідеологічна система не заохочувала дискусій та диспутів.

У книзі містяться виразні, логічно коректні визначення філософських, загальнонаукових, математичних категорій і понять, які є конститутивними ядрами багатьох сучасних вітчизняних і зарубіжних наукових дискурсів. Наведу лише деякі з цих конструктів (в алфавітному порядку): аксіоматична система, буття, гранично загальні поняття, діалектико-логічна система, достовірність, емпіричне, зміст знання, ідеалізація, ірраціональне, істина, квазі-емпіричне, конструктивні об'єкти, математична теорія, метавідношення, метатеоретичне знання, методологія, множина, монотеорія, наука, наукова

теорія, наукове знання, неаксіоматизована теорія, ніщо, передбачення, практика (практичне), предмет і об'єкт математики, проблемне оточення, програмність, підхід, площина знання теорії, раціональність, розвиток теорії, розсудкова система, розум, розумова система, символ, символізація, система, системність науки, структура, структура теорії, суперечності («теоретичне-практичне», «чуттєве-раціональне»), теоретична система, технологізація, формальна система, форма знання, формалізація та ін.

Методологічний характер книги відчутний через особливий інтерес автора до тих аспектів інтелектуальної діяльності, які можуть бути усвідомлені, відтворені і практично застосовані. З цієї позиції аналізуються наукові методи (алгоритмічний, аксіоматичний, діалектичний, математичний, філософський, програмування, семантичного аналізу), принципи (дедуктивний, єдності історичного і логічного, предметного синтезу, предметної локалізації, незалежності, несуперечності, повноти, розвитку) і підходи до теорії (динамічний, статичний, субстратний тощо).

Одним з яскравих свідчень ерудиції О. І. Кедровського і тієї обставини, що він був глибоко обізнаний з найновішими тенденціями сучасного наукового пізнання, свідчить здійснений в книзі філософський аналіз сучасної форми аксіоматичного методу – структурно-аксіоматичної. Він підкреслював, що предметом математики все більше стає поняття структури, що замкненість дедуктивної системи істин, традиційної для попередньої математики, входить у суперечність із можливістю руху раціональної істини назустріч структурним характеристикам об'єкта. Виходячи з цього, істина не є раз і назавжди даною, а може і повинна кожен раз визначатися заново, щоб адекватно відобразити конкретну природу об'єкта. Структурний метод, на думку О. І. Кедровського, дає можливість уникнути цієї суперечності. Він вважав, що «на рівні структурного визначення предмету науки виявляється предметність аксіоматичного методу, яка на попередніх етапах його розвитку не була так виразно виділена» [2, с.100]. В цих міркуваннях автора відчутні постмодерні тенденції, спрямовані на перегляд природи об'єкта науки в напрямі антиосновності, подолання фундаменталізму традиційного раціоналізму щодо істини.

Вчений вважав, що розвиток структурних досліджень у математиці є характерним виявом тенденцій постнекласичного раціоналізму. В межах структурної методології, на його думку, вдається подолати жорсткість аксіоматичного методу і включити ряд діалектичних моментів у раціональне пізнання. В цьому полягає один з дуже позитивних моментів нової раціональності, що поступово формується. Такі тенденції виявляються в аналізі

структур, які втілюють взаємозв'язок теорії і практики, емпіричного і теоретичного (плани, проекти, програми тощо).

О. І. Кедровський підкреслював, що в постановці проблеми, створенні гіпотези, а особливо народженні ідеї, що не є «суто» логічними процесами, а виражають діалектичні моменти пізнання, спроби досягнути їх повної формалізації і алгоритмізації марні, і складну течію думки, яка містить і логіку, і алогічні (ірраціональні) елементи, відтворити в усіх деталях ми не можемо [3, с.95-96]. Відзначаючи наявність у науковому пізнанні численних моментів ірраціонального, автор не поділяє традиційної оцінки науковцями і представниками класичної філософії ірраціонального як чогось нерозумного, неприйняттого. Він вважає ірраціональне іманентною характеристикою будь-якого (в тому числі і наукового) мислення. Ретельно розглядаючи постулати і аксіоми такої класичної математичної системи, якою є «Начала» Евкліда, О. І. Кедровський виявляє чимало моментів зовнішнього покладання в цій системі, відсутність обґрунтування внутрішньої необхідності сформульованих елементів основи цієї аксіоматичної системи. Евклід, як підкреслює автор книги, багато що «має на увазі», в нього далеко не все, що вимагається для дедуктивного виведення, виразно сформульовано, немає повного переліку необхідних аксіом, помітним є певне «свавілля» в явному заданні одних тверджень та ігноруванні інших. Загалом вказування на окремі специфічні функції визначень, постулатів, аксіом, як зазначає автор книги, це всього лише штрих, який уточнює інтуїтивне розуміння їх природи, але не робить його достатньо строгим, не пояснює необхідності, закономірного характеру виділення визначень, постулатів, аксіом [4, с.63]. Дуже цікаво спостерігати цей ювелірний аналіз, який здійснює автор. Я не зустрічала ані у вітчизняній, ані у зарубіжній філософській літературі подібного ґрунтовного аналітично-критичного дослідження твердинь раціоналізму, якими є «Начала» Евкліда, «Начала» Ньютона. О. І. Кедровський переконливо доводить, що найраціональніші математичні системи не відзначаються досконалою раціональністю, містять непослідовності, суперечності. Цьому аналізу позаздрив би будь-який західноєвропейський постмодерніст, якби ознайомився з книгою. Однак в часи її написання контакти із Заходом були надто обмежені, тому більшість прекрасних робіт наших науковців поки лишається невідомою в колах західноєвропейських і американських інтелектуалів.

Попри це, деякі аспекти руху пізнання, які раніше не піддавалися раціоналізації, на думку автора, можна і слід раціонально осмислити, що і відбувається в математиці, інших природничих науках, гуманітарних галузях знання завдяки новим напрямам методології, до яких зокрема належить структуралізм. Структурні дослідження нині є важливим напрямом матема-

тичного пізнання, а також філософських проблем математики, прикладом чого є праці сучасних західноєвропейських філософів [5; 6].

Загалом здійснений О. І. Кедровським історико-філософський і методологічний аналіз розвитку теоретичних систем знання став втіленням його задуму побачити всю математику з позицій системності і водночас врахувати принцип розвитку (знайти посередні ланки між постійним розширенням аксіоматичної системи математики і прагненням максимально інтенсивно трансформувати її «проблемне оточення» в систему).

Працюючи над перекладом книги, намагаючись якнайретельніше передати зміст і стильові особливості тексту, я в котрий раз була вражена послідовністю, логічною строгістю думки О. І. Кедровського. Виникали певні труднощі адекватного перекладу деяких термінів і стилістичних конструкцій. Однак консультації зі спеціалістами в галузях математики і лінгвістики дозволили зняти більшість питань. Додано (чого не було в оригінальному тексті) два покажчики, предметний та іменний. Сподіваюся, що завдяки моїй праці, сприянню всіх, хто допомагав, і тих, кому ще доведеться стати читачами, книга отримає нове життя в дискурсивному полі української культури.

Висловлюю глибоку вдячність професорам Костянтину Миновичу Узбеку (на жаль вже покійному), Володимирі Созоновичу Ратнікову, Веніаміну Олександровичу Цикіну, Артему Юрійовичу Глазову за їх підтримку цього проекту, а також поради, які виявилися надзвичайно потрібними і конструктивними.

1. Дымский К.О. Мемуар о системном семинаре // Параметрическая общая теория систем и ее применения: сборник трудов, посвященный 80-летию проф. А.И.Умова. – Одесса: Астропринт, 2008. – С.219-243.

2. Кедровский О.И. Методы построения теоретических систем знания. Диалог философа и математика. - К.: Вища школа, 1982. – 165 с.

3. Там само.

4. Там само.

5. MacBrine F. Can Ante Rem Structuralism Solve the Access Problem? // The Philosophical Quarterly. – 2008. – January. – № 230-Vol. 58. – P.155-164.

6. Linnebo O. Structuralism and the Notion of Dependence // The Philosophical Quarterly. - 2008.–January. –№ 230.–Vol. 58 - P.59-79.

*Доктор філософських наук, професор*  
С.М. Повторева

**О. І. КЕДРОВСЬКИЙ**

**МЕТОДИ ПОБУДОВИ  
ТЕОРЕТИЧНИХ СИСТЕМ ЗНАННЯ:  
ДІАЛОГ ФІЛОСОФА І МАТЕМАТИКА**





## ПЕРЕДМОВА

У сучасних умовах наукове пізнання здійснює все більш істотний вплив на суспільний прогрес [4, 42]. Воно розвивається надзвичайно високими темпами, однак хоч якогось відчутного надлишку нових результатів не помітно. Продуктивність наукових досліджень необхідно підвищити, але забезпечувати таке підвищення звичними способами стає все складніше: це потребує значного збільшення асигнувань, числа наукових працівників, ускладнюється пошук потрібної інформації і т. ін. Зростання обсягу знань, яке супроводжується відповідним за темпами збільшенням кількості наукових працівників – це *екстенсивний* шлях розвитку науки. Завдання полягає в тому, щоб основний приріст знань забезпечувався підвищенням *продуктивності* наукових досліджень і супроводжувався *сповільненням* темпів зростання численності наукових співробітників. Це – завдання *інтенсифікації* наукового пізнання. Особливо актуальним воно стає для вищого рівня розвитку науки – теоретичного пізнання.

Інтенсифікація теоретичних досліджень може здійснюватися шляхом створення більш сприятливих матеріальних умов та інтелектуальної атмосфери дослідницької роботи, покращення системи підготовки кадрів і організаційної структури науки, але одним з найважливіших її напрямів є *вдосконалення методів* теоретичного пізнання, подальший *розвиток* його *методології*.

Серед теоретичних систем знання особливе місце належить «Капіталу» К.Маркса. Метод «Капітал» як спосіб теоретичного осмислення конкретно-наукового знання виявився надзвичайно плідним. (Безперечно, це лише один з аспектів багатогранного, неухильно зростаючого значення геніального твору К.Маркса, але в плані нашого дослідження «Капітал» буде розглядатися переважно в такому аспекті). Філософами-марксистами проводилися дослідження з метою виявити метод «Капіталу» і побудовану за його допомогою систему в загальній логічній формі і більш цілеспрямовано відтворювати його в інших науках. Такого роду система отримала найменування *діалектико-логічної*.

Якщо співвіднести основні принципи даної системи з логіко-гносеологічними характеристиками теоретичних систем у математиці, фізиці і т.ін., то стає зрозуміло, що повнота виявлення цих принципів істо-

тно видозмінюється в залежності від конкретного змісту аналізованих систем. Напевно, однією з найбільш опосередкованих форм такого роду виявлення виступають теоретичні системи, побудовані відповідно до вимог аксіоматичного методу. Але аксіоматичні теорії інтенсивно розвиваються не лише в математиці, де вони були створені вперше, але й в інших науках, як природничих, так і гуманітарних. Їх формування і вдосконалення є одним з перспективних напрямків прогресу конкретно-наукового знання. Багато видатних представників конкретних наук саме в аксіоматичній формі вбачають свого роду ідеал теоретичної системи. Той факт, що ця форма в ряді моментів відмінна від діалектико-логічної, в якій діалектичний метод знаходить найбільш повний і всебічний прояв, нерідко використовується буржуазними ідеологами для дискредитації цього методу, заперечення його всезагального характеру, для заперечення чи зменшення світоглядної і методологічної функцій матеріалістичної діалектики.

На сучасному етапі розвитку наукового пізнання найбільш адекватним його методом є саме матеріалістична діалектика, «адже лише вона представляє аналог і тим самим метод пояснення для процесів розвитку, що відбуваються у природі, для всезагальних зв'язків природи, для переходу від однієї галузі дослідження до іншої» [1, т.20, 311-312]. Історичний розвиток конкретних наук породжує багато проявів діалектичного методу. В певному сенсі всі загальні методи конкретно-наукового пізнання являють собою більше чи менше опосередковані форми вираження методу матеріалістичної діалектики. Проте процес становлення і подальшого розвитку доволі повно вираженої форми даного методу у тій чи іншій науці містить ряд етапів. Для більш глибокого розуміння закономірностей сучасного наукового прогресу, для успішної боротьби з буржуазною ідеологією необхідно ретельніше дослідити *шляхи і засоби посилення взаємозв'язку діалектико-логічної і аксіоматичної систем знання і методів їх побудови*, що і є *основним завданням даної роботи*.

Оскільки багато питань, що виникають у процесі проведення аналізу, мають гостро дискусійний характер, автор обрав форму викладу у вигляді діалогу між філософом (Ф) і математиком (М). Ця форма неодноразово використовувалася в минулому, епізодично вона зустрічається і в наш час. Вважаємо, що вона особливо зручна для порівняльного аналізу різних точок зору в динаміці, в процесі їх видозмін під впливом розгортання аргументації. Однак діалог має і тіньові сторони. Читачу іноді важко визначити провідну ідею викладу, на обґрунтування якої спрямована дискусія, адже кожна точка зору модифікується. Крім того, діалог конкретно виділяє різниці, розбіжності думок, що зіставляються, і недостатньо відображає їх

єдність. Заздалегідь хотілося б підкреслити, що наведений нижче діалог проводиться з *єдиних діалектико-матеріалістичних світоглядних і загальнометодологічних позицій*, і розбіжності, які при цьому виникають, стосуються не ідеологічних проблем, а переважно питань *прикладного методологічного характеру*.

## **ФОРМУЛЮВАННЯ ПРОБЛЕМИ І ЇЇ КОНКРЕТИЗАЦІЯ**

**М.** Математика в сучасному науковому світі користується високим авторитетом, з процесом математизації пізнання пов'язують великі надії фізики, біологи, представники інших природничих наук. Однак, обмежуватися природознавством було би неправильно. За свідченням П.Лафарга, К.Маркс говорив, що «наука тільки тоді досягає досконалості, коли їй вдається користуватися математикою» [10, 66]. Розвиток математики багато в чому уявляється настільки досконалим, що йому важно знайти альтернативу. Разом з тим в цьому розвитку наявні негативні фактори, які потребують усунення.

Перш за все, в математиці, як, між іншим, і в багатьох науках, домінує екстенсивний шлях розвитку, тобто доволі високі темпи формування і розгортання систем математичного знання забезпечуються переважно за рахунок відповідного за темпами зростання числа наукових працівників. Проблема полягає в тому, щоб інтенсифікувати розвиток математики, особливо провідної її галузі – галузі теоретичних побудов.

**Ф.** Необхідність інтенсифікації різних видів діяльності виникала неодноразово. У провідній галузі життєдіяльності суспільства – матеріальному виробництві – вона здійснювалась насамперед шляхом детального розподілу виробничого процесу (перехід від ремесла до мануфактури), а згодом шляхом механізації (перехід до машинного виробництва). Однак в принципі припустимі й інші шляхи інтенсифікації, якщо під останньою розуміти підвищення продуктивності діяльності *в середньому* кожного індивіда.

**М.** Стосовно процесу створення математичної теорії, інтенсифікація котрої є предметом обговорення, це «в середньому» звучить деякою мірою курйозно. Скажімо, розробкою задовільної аксіоматичної теорії множин зайняті багато спеціалістів в усьому світі. Комуś з них вдасться її побудувати. Виходить, що отриманий результат треба розділити на всіх, але незрозуміло, що ділити і як ділити, а «в середньому» виявиться, що процес створення теорії був інтенсифікований, адже «продуктивність» праці кожного спеціаліста зросла.

**Ф.** Певної невизначеності тут не уникнути. Прийнемо в якості кінцевого результату сам факт наявності теорії, яка визнана задовільною більші-

стю спеціалістів. У порівнянні з попереднім періодом, коли такої теорії не було, наступний можна вважати періодом більш інтенсивного розвитку, якщо при цьому не розширювався контингент спеціалістів, що працюють в даній галузі.

**М.** Під інтенсифікацією я мав на увазі дещо інше. В даному випадку новий результат був отриманий переважно інтуїтивним шляхом, заздалегідь неможливо було чітко припустити, *як і коли* він буде отриманий. Крім того, хотілося б обговорити проблему інтенсифікації теоретичного пізнання в ширшому плані. Не обов'язково досліджувати саме теорію множин чи будь-яку іншу математичну теорію, візьмемо математичну теорію в загальному вигляді. Будемо вважати, що процес її побудови інтенсифікований, якщо він здійснюється з більшим ступенем технологічності, ніж раніше. Термін «технологія» утворюють два грецькі слова: *techne* (майстерність) і *logos* (наука). Він може бути витлумачений як майстерність у здійсненні певного виду діяльності, але майстерність не «вроджена» чи набута несвідомо, а досягнута на основі наукових знань про здійснюваний вид діяльності. В такому розумінні технологічність може бути досягнута індивідом зі середніми здібностями, вона не потребує якихось особливих обдарувань.

**Ф.** Технологізація – провідний спосіб інтенсифікації матеріального виробництва. Її здійснення передбачає наявність певних умов, у зрілій формі вона реалізувалась лише в умовах машинного виробництва.

**М.** Якщо провести аналогію між технологічно здійснюваним процесом матеріального виробництва і процесом розробки теорії, то можна заключити, що, стикнувшись з необхідністю підняти теорію на більш високий рівень її розвитку, дослідник повинен мати певну систему знань про те, як це зробити, тобто володіти свого роду технологічним знанням.

**Ф.** Будемо в подальшому іменувати його *метатеоретичним* знанням. Така назва вказує на те, що це знання про теорію, її структуру, етапи побудови і т. ін.

**М.** Справа, вочевидь, не стільки в тому, що метатеоретичне знання має своїм предметом теорію, скільки в тому, що воно повинно засвоюватися в процесі навчання і використовуватися як свого роду *методика* перетворення наявної теорії на більш досконалу. Математиків мого, наприклад, покоління нічого подібного не навчали. Мені доводилося читати роботи, в яких обговорюється, що таке математична теорія, якою є її структура і т. ін., але в них викладаються лише різні думки, теорія *описується*, аналізуються деякі її компоненти, але навряд чи це може іменуватися *методикою* побудови теорії. Важливо з'ясувати, наскільки реальним є існування технологічного метатеоретичного і технологічного способу побудови математичної

теорії. Мені відомі лише окремі факти, які свідчать про принципову можливість технологічного здійснення, принаймні, окремих етапів теоретичної побудови. Напевно, це особливо виразно виявляється в алгоритмічно здійснюваних процесах доведення теорем.

**Ф.** Поняття «алгоритм», «алгоритмічний метод» все ширше використовуються в літературі [21, 3-11], все більше з'являється робіт, які містять філософський аналіз цих понять. Проте не зайвим буде нагадати визначення алгоритму, характерні риси алгоритмічного методу.

**М.** Термін «алгоритм» використовувався ще в арабській математиці середніх віків, але строге математичне визначення він отримав лише у 30-х рр. ХХ ст. Основою такого визначення служило інтуїтивно-змістовне уявлення про алгоритм як точний припис, який визначає обчислювальний процес, що веде від варіативних вихідних даних до бажаного результату [29, 5]. В математичному визначенні були уточнені основні компоненти алгоритму: а) вихідні дані і бажаний результат; б) сам процес переробки вихідних даних на результат. Було введено вимогу, щоб у якості вихідних даних і результату використовувались лише *конструктивні об'єкти*.

Під конструктивними об'єктами розуміють абстрактні чи конкретні предмети, які отримують із сукупності знаків стандартного вигляду і простої конфігурації (тобто з елементарних конструктивних об'єктів). Прикладом конструктивних об'єктів можуть служити слова у певному фіксованому алфавіті (зокрема, будь-якої природної мови). При цьому елементарними конструктивними об'єктами є літери даного алфавіту, а спосіб їх поєднання – це написання їх поруч одне з одним. Критерієм існування конструктивних об'єктів постає вказування на можливість їх побудови з елементарних об'єктів через посередництво кінцевого числа потенційно здійснюваних операцій над останніми. Необхідні вимоги, що ставляться до конструктивних об'єктів, - незмінність у процесі оперування ними і виразність, які дозволяють однозначно і безпомилково їх впізнавати (розрізняти і ототожнювати) та поєднувати (оперувати ними).

Що стосується самого процесу оперування конструктивними об'єктами, то в межах алгоритму він розчленовується на гранично елементарні операції, які полягають у переході від одного конструктивного об'єкта до іншого об'єкта, причому самі ці *переходи* постають як *конструктивні об'єкти*. Алгоритмічний припис, який спрямовує застосування окремих операцій до конструктивних об'єктів, регламентується шляхом його «розчленування на правила визначення певного стандартного типу, загальна зрозумілість яких не викликала б жодних сумнівів» [29, 54]. У зв'язку з цим постала можливість виділити і чітко зафіксувати для кожного

алгоритму «схему алгоритму» (список формул підстановок). Будь-який алгоритм цілком однозначно задається вказуванням групи вихідних елементарних конструктивних *об'єктів* (знаків, літер), тобто «алфавіту», *схеми* алгоритму і *правил* його застосування.

Якщо певний вид діяльності здійснюється відповідно до характеристик поняття «алгоритм», він іменується алгоритмічним процесом, чи говорять, що процес здійснюється через посередництво *алгоритмічного методу*.

**Ф.** Для Вас алгоритмічний метод виступає ідеалом технологічності, а підвищення останньої, у свою чергу, Ви трактуєте як основний спосіб інтенсифікації математичного пізнання. У цьому разі рішення поставленої проблеми з'являється наче саме по собі: інтенсифікація розвитку математики досягається вдосконаленням і більш широким застосуванням алгоритмів, алгоритмічного методу.

**М.** Алгоритмічний метод, безперечно, повинен вдосконалюватися. Однак алгоритм висуває занадто жорстку вимогу конструктивності до предметів, якими доводиться оперувати, і до процесу їх перетворення. Алгоритм передбачає досягнення високого рівня формалізації, а вона, в свою чергу, вимагає ретельного змістовного аналізу. Через посередництво алгоритмів розгортається переважно «усталене» математичне знання. Завдання полягає в тому, щоб використовувати алгоритмічний метод не для розширення чи уточнення наявного змісту теорії, а для складання програми перетворення її на іншу, більш розвинуту теорію.

**Ф.** Якщо я правильно зрозумів, Вас приваблює ідея створення такого методу, на основі якого існуючу теоретичну систему математичних знань можна було б *свідомо перетворювати на математику майбутнього*, реалізуючи певну заздалегідь створену програму.

**М.** Так, саме це я мав на увазі, і, мені здається, цей задум можна здійснити. Можливість програмного здійснення науково-дослідницької діяльності вже зараз реалізується в технічних науках. На десятиліття проектується певна дослідницька програма, скажімо, програма освоєння космосу, і, як свідчить досвід, в основному вона успішно виконується. Не викликає сумнівів, що здійснення подібного роду програми є творчим процесом, відкриттям нового. Настав час з'ясувати, які характеристики, що забезпечують особливо бурхливий процес технічних наук, належало б методично перенести у природознавство і математику. Скажімо, перехід до дослідницьких програм означав би, що на певний часовий інтервал програмується розробка єдиної фізичної теорії чи створення несуперечливої аксіоматичної системи математичних знань. Я розумію, що такі проекти в наш час вигля-

дають утопічно, але ж сама ідея свідомого перенесення у методологію математики певних пізнавальних засобів, вироблених у філософії, в технічних та інших науках, у загальному плані не викликає сумнівів. Отже, справа впирається в конкретний аналіз певних методів, пізнавальних прийомів.

**Ф.** Коли Ви задаєтеся метою створити, наприклад, єдину аксіоматичну систему математичних знань, хіба *мета* не є свого роду програмою, яка детермінує вибір предмету, шляхів і засобів дослідження?

**М.** Програма передбачає формулювання кінцевої мети, але хотілося б, щоб у процесі математичного дослідження виразніше виявлялись й інші компоненти програми. Так, при розробці технічної програми передбачається, що досягнутий рівень технічних наук достатній не лише для виразного формулювання кінцевої мети, але й для того, щоб заздалегідь вказати основні шляхи вдосконалення існуючих типів машин і пристроїв, що і приведе до досягнення мети. Наявна теорія дозволяє визначити, на якому етапі розвитку перебуває її предмет, і передбачити, які слід пройти етапи, щоб досягти вищої фази. Відмінне становище спостерігається у методології математики, у методології теоретичного знання. Проблема, що виникла в тій або іншій математичній теорії, не аналізується з точки зору того, якою мірою її розв'язання сприяє вдосконаленню теорії.

Візьмемо, наприклад, процес аксіоматизації математичної теорії. Історично він здійснювався неодноразово: в геометрії ще Евклідом, у механіці – Ньютоном, його здійснено в арифметиці, теорії ймовірностей та інших теоріях. Однак чи можемо ми взяти неаксіоматизовану теорію і методично перетворити її на основі складеної дослідницької програми в аксіоматичну систему, покладаючись не на інтуїтивний пошук, а на узагальнений досвід вже проведених процесів аксіоматизації? Виявляється, ні.

**Ф.** Коли визріють необхідні передумови і в цьому буде потреба, нині неаксіоматизована теорія буде перетворена на аксіоматизовану.

**М.** Актуальність свідомого, планомірного створення нових математичних теорій, які іноді виглядають «дивними», навіть такими, що суперечать встановленим поглядам, не підлягає сумніву. Вони можуть з'явитися і «самі по собі», в процесі «природного» перебігу дослідницької роботи, однак це довгий, неоптимальний шлях. На необхідність виробу іншого шляху вказував, наприклад, такий видатний математик нашого часу, як А.М.Колмогоров. «Якщо раніше, наприклад, введення в обіг негативних і комплексних чисел і точне формулювання правил дій з ними потребували тривалої роботи, - то тепер розвиток математики вимагає вироблення *прийомів свідомого і планомірного створення нових геометричних систем*,



нових «алгебр» з «не комутативним» або навіть «неасоціативним» множенням і т. ін. у міру виникнення в них потреби. В наш час не викликає особливого здивування питання про те, чи не слід, наприклад, заради аналізу і синтезу того чи іншого типу релейно-контактних схем створювати нову «алгебру» з новими правилами дій, це справа повсякденної науково-технічної практики» [22, 476]. Завдання полягає в тому, щоб методично здійснювати програмний розвиток теорій у більш зрілій логічній формі і ширших масштабах.

**Ф.** Прагнення синтезувати програмність (у викладеному вище смислі) з технологічністю, як Ви самі констатуєте, є суперечливим. Досягнення високого рівня технологічності в алгоритмі підриває його програмуючі можливості, оскільки «майбутня математична теорія» повинна бути занадто жорстко визначеною, щоб шлях до неї був алгоритмічним, а за своєю природою теорія «майбутньої математики» не може мати ступеня визначеності конструктивного предмету, для цього вона повинна бути «посталою» теорією, теорією сучасної математики. Причому поки розмова йде на рівні доволі загальних аналогій, не враховується специфіка теоретичного пізнання порівняно з технічною творчістю, специфіка науково-технічних досліджень порівняно з виробничою діяльністю, проходить поза увагою те, що йдеться про вдосконалення *єдиного* методу теоретичних побудов, і цілий ряд інших моментів.

**М.** Від аналогій я поки не можу відмовитись, але те, що як основний шлях інтенсифікації теоретичних побудов у математиці обрано шлях вдосконалення її методу, не є випадковістю. Значущість математики визначається перш за все ефективністю її методу. Це знаходить відображення в самому визначенні процесу математизації: він трактується як застосування методів математики в інших науках [39, 3]. Інтенсифікація розвитку математичної теорії шляхом вдосконалення її методу зробила би отримання нових теоретичних знань більш усвідомленим, більш програмованим: вирішуючи завдання, що виникають у теорії, дослідники більше спиралися б на логіку, на узагальнення попереднього досвіду і меншою мірою – на невизначений інтуїтивний пошук, зросла би прогностична сила математичного методу. Безперечно, за рівнем розвитку теорії математику важко зіставити з науково-технічними розробками, в останніх складно знайти єдиний метод, аналогічний методу математики. Однак менш програмована розробка теоретичної системи на основі єдиного методу принципово можлива, і підтвердженням цього слугує «Капітал» К.Маркса, який характеризується достовірністю тверджень, докладністю і строгістю їх обґрунтування, масштабністю переосмисленого матеріалу і дивовижною евристичною і про-

гностичною силою зроблених висновків. Найпривабливішою особливістю методу «Капіталу», яку доцільно було б надати і математичному методу, є його програмний характер.

**Ф.** Ви знову говорите про «програмність», але тепер вже як про одну з характеристик діалектичного методу побудови «Капіталу» К.Маркса, а не науково-технічних досліджень. Що під нею мається на увазі?

**М.** К.Маркс досліджував закономірності капіталістичного способу виробництва, а на основі цього дослідження була створена теорія переходу до якісно нового, соціалістичного суспільства, яке в часи К.Маркса *не було дійсністю*. Теорія наче передує основним моментам того революційного творчого процесу, який буде здійснений в економіці, соціально-політичній сфері, культурі і т.ін.

За аналогією з тим, як К.Маркс у якості вихідного предмета вивчення взяв капіталістичний спосіб виробництва, звернемося до існуючої нині системи знань у математиці. Якщо математичний метод буде розвинутий у напрямі зміцнення зв'язку з діалектичним методом, то за його допомогою можна буде спробувати перетворити існуючу систему математичних знань на математику майбутнього. Ймовірно, спочатку будуть визначені лише загальні контури системи, але вони дадуть можливість за зразком науково-дослідницьких програм в технічних та інших науках більш цілеспрямовано йти до конкретизації системи, наповнення її детальнішим змістом, а граничною, найбільш бажаною формою вираження такого «технологічного» розгортання математичних теорій є алгоритм.

**Ф.** Викладене вами формулювання проблеми вдосконалення математичного методу виглядає доволі мозаїчно. Воно містить різноманітні вимоги, які неодноразово обговорювалися в минулому, жваво обговорюються і в наш час. Одна справа досліджувати взаємозв'язок математичного методу з методом філософського пізнання, а інша – проблему взаємозв'язку математики і технічних наук. Питання повертається до іншої площини, коли йдеться про співвідношення технологічності дослідницької діяльності та інтуїтивності пошуку. Щоб коректно сформулювати всі ці питання, необхідно докладно проаналізувати численні різноманітні концепції, частина яких має давню історію.

Один з головних представників філософії Нового часу, Ф.Бекон, писав, що людина, яка шукає нового знання, нагадує мандрівника, що йде по дорозі і наважання шукає невідомо чого. Комусь везе, більшість нічого не знаходять. Він висунув широку програму «Відродження і Відновлення наук», центральне місце в якій посідає розробка і застосування нового методу пізнання [7].

**М.** Якщо я не помиляюсь, Ф.Бекон жив більше трьох століть тому. Він образно висловив невдоволення інтуїтивним пошуком нового знання, але якщо б йому вдалося розробити ефективний метод отримання нового знання, то останній давно би був застосований в науці.

**Ф.** Ф.Бекон був впевнений, що можливе створення універсального методу наукових відкриттів, і формою вираження такого методу він вважав індуктивну логіку.

**М.** Вочевидь, неефективність методології Ф.Бекона пояснюється некоректним обранням пізнавальних засобів отримання нового знання. У математиці більше слід покладатися на дедукцію, ніж на індукцію.

**Ф.** В історії пізнання були спроби піти й цим шляхом. Р.Декарт саме у математичних науках вбачав реалізацію ідеального методу пізнання, а основним механізмом розгортання математичних знань визнавалася дедукція. Р.Декарт намагався знайти «точні і прості правила, строге дотримання яких завжди запобігає прийняттю хибного за істинне і, без зайвих витрат розумових сил, але поступово і безперервно збільшуючи знання, сприяє тому, що розум досягає істинного пізнання всього, що йому доступне» [15, 89].

**М.** Ідея виразити метод пізнання у вигляді системи точних і простих правил, тобто використовуючи сучасну термінологію, представити його у вигляді алгоритму, чудова. Інша справа, що нині строго доведена нездатність алгоритмічного підходу слугувати універсальним методом розв'язання всіх математичних задач. Але прагнення до алгоритмічної форми вираження методу математики є прагненням до ідеалу точності і строгості.

**Ф.** В кінцевому рахунку Декарт прийшов до того, що універсальним методом вирішення наукових проблем виголосив алгебраїчний метод. В нього безпосереднім предметом застосування математичного методу є задачі. В останніх і відоме, і невідоме позначаються буквами. Розв'язання задач зводиться до складання і розв'язання рівнянь.

**М.** Загалом ідея хороша, але конкретна форма її реалізації некоректна. Безперечно, алгебраїчний метод є важливим засобом розв'язання широкого класу математичних задач, але він обмежений, як, між іншим, і метод математичного аналізу, і інші загальні математичні методи. Коли вдається встановити, що задача вирішувана алгебраїчним чи якимось іншим відомим методом, гострота проблеми багато в чому знімається. Основний інтерес являє раціональний пошук вирішення тієї чи іншої задачі, розв'язати яку відомими методами виявляється неможливо.

**Ф.** Неуспіх різноманітних спроб створити універсальний метод отримання нового знання призвів до видозміни вихідної постановки питання. Філософи почали досліджувати саму правомірність його формулювання, з'ясовувати: як можливе нове знання, якою є природа методу пізнання, як він співвідноситься з іншими логіко-гносеологічними характеристиками пізнавального процесу і т. ін. Найвищим етапом дослідження подібних питань у домарксистській філософії стало гегелівське вчення, в якому процес отримання нового знання органічно пов'язаний з ідеєю розвитку. Гегель піддав докладному критичному аналізу претензії представити математичний метод як ідеал методу пізнання загалом, теоретичного пізнання зокрема. Цей критичний аналіз не втратив свого значення і нині, хоч Гегель був занадто різкий стосовно математики, що обумовило негативне ставлення багатьох математиків до його філософії і штовхнуло їх в обійми позитивізму.

**М.** З критикою неопозитивізму мені доводилося неодноразово зустрічатися у працях з філософських проблем математики, основ математики навіть тих авторів, які не поділяють діалектико-матеріалістичних позицій. І.Лакатос, наприклад, пише, що «догмати логічного позитивізму нищівні для історії і філософії математики», оскільки «у відповідності з логічним позитивізмом винятковим завданням філософії є побудова «формалізованих» мов, в яких штучно заморожується стан науки» [26, 7, 130].

**Ф.** І.Лакатос, Т.Кун, С.Тулмін, П.Феєрабенд, Н.Хенсон та ін. утворюють так звану «історичну школу» в буржуазній методології науки. Цей напрям, насправді, виступив з критикою логічного позитивізму. Його прибічники висунули тезу про необхідність пов'язування логіко-методологічних питань з історією науки, як одну з центральних вони розглядали проблему раціональності і зростання знання, сформулювали деякі цікаві актуальні проблеми. Однак навряд чи можна визнати «історичну школу» принципово новою течією в методології наукового пізнання. Найбільш послідовно позитивізм критикують марксисты. Представниками «історичної школи» критика логічного позитивізму здійснюється з позицій, далеко не завжди прийнятних для філософів-марксистів. Що стосується розробки логіко-методологічних питань у тісному зв'язку з історією науки, то вона завжди вважалася однією з важливих завдань марксистсько-ленінської філософії. Це природно випливає з ленінського положення про те, що матеріалістична діалектика є «наслідком, сумою, висновком історії пізнання світу» [3, 84]. «Історична школа» в ряді моментів своєрідно поставила проблему раціональної реконструкції процесу отримання нового знання, але вирішити її у доволі близькому наближенні до практики науко-

вих досліджень не вдалося, перш за все через невірні вихідні філософські установки, частина яких характеризується суб'єктивізмом і релятивізмом. Саме тому вплив «історичної школи» в наш час починає послаблюватись» [28, 17].

**М.** Зроблений Вами огляд спроб вирішити проблему розробки найбільш ефективного методу отримання нового знання діє гнітюче. Створюється враження, що, незважаючи на зусилля багатьох видатних представників філософської і математичної думки протягом століть, в наш час йдеться не про порівняльний аналіз тих чи інших концепцій такого методу, а про вибір загальних філософських установок для формування цих концепцій.

**Ф.** За більш детального ознайомлення зі станом розробки цієї проблеми як в історії пізнання, так і на сучасному етапі враження стає більш відрадним. Але, проводячи огляд, я хотів би попередити, що не існує «точних і простих правил», які «дозволяють відкрити все пізнаване». Проблема вдосконалення математичного методу виявляється значно складнішою. Її коректне формулювання і вирішення пов'язані з дослідженням широкого комплексу філософських проблем, і одним з необхідних етапів на цьому шляху є виразне визначення вихідних світоглядних і загальнометодологічних позицій.

**М.** В мене не викликає сумнівів, що найбільш продуктивною світоглядною і загальнометодологічною основою вирішення найважливіших наукових проблем є діалектико-матеріалістична філософія. Завдання полягає в тому, щоб, виходячи з цієї основи, дати коректне формулювання цієї проблеми і накреслити шляхи її вирішення з урахуванням досвіду, накопиченого в історії пізнання і на сучасному етапі розвитку науки. Оскільки ми виходимо з єдиних, марксистсько-ленінських принципів, між нами не повинно виникати істотних розходжень.

**Ф.** Прийняття єдиних світоглядних і загальнометодологічних принципів не виключає різних підходів до формулювання шляхів вирішення проблеми, оскільки йдеться про певний комплекс питань методології математичного пізнання. Ми по-різному бачимо позитивні і негативні сторони методу математики, а тому немає й одноставності у виборі шляхів його вдосконалення і необхідних для цього засобів.

**М.** В такому випадку давайте більш чітко визначимо як те, що не викликає в нас незгоди, так і те, в чому ми розходимось.

**Ф.** Безперечно, що проблема інтенсифікації теоретичних досліджень у математиці є актуальною, важливою і що один з основних напрямків її вирішення – вдосконалення методу побудови теорії. З ваших міркувань

слідуює, що під теорією перш за все розуміють аксіоматично організовану систему математичних знань. Але таке розуміння теорії занадто вузьке, воно не співвідносне з тим завданням, яке ми намагаємось вирішити. Тому першочергове значення має детальніший розгляд природи теоретичного знання.

**М.** Уточнити поняття математичної теорії дійсно потрібно, хоч основним предметом нашого аналізу постає не стільки теорія, скільки метод її побудови в плані подальшого його вдосконалення.

**Ф.** Вдосконалення методу – це перш за все усунення обмежень, власних йому недоліків. Судячи зі зроблених Вами оцінок, математичний метод трактується переважно в позитивному плані, критичне ставлення до нього чітко не виражене, а без ясного розуміння того, що потребує усунення, точніше зняття, неможливо перейти до пошуку позитивного вирішення.

**М.** Охарактеризуйте хоча б у найзагальніших рисах: що викликає критичне ставлення філософів до математичного методу?

**Ф.** По-перше, уявлення про нього, як про ідеал ясності і достовірності викладу теоретичних знань. По-друге, відсутність органічної єдності між обґрунтуванням і дослідженням у процесі розгортання математичного методу і обумовлена цим недостатність його доказовості і евристичності. По-третє, ілюзія його універсальності і відокремленості від предметного змісту теоретичної системи.

**М.** Не можу сказати, що для мене висловлені положення звучать виразно, тим більше переконливо. Сумніви в ясності і достовірності, доказовості і евристичності сподіваюсь відвести в процесі більш детального обговорення. Непокоїть інше – накреслений план обговорення поставленої проблеми передбачає лише критичний аналіз існуючого математичного методу. Слід було би повернути обговорення у позитивному напрямі і обговорити конкретні шляхи і засоби підсилення евристичної і прогностичної функцій цього методу.

**Ф.** Викладена Вами концепція вдосконалення методу математики містить три основні моменти: наближення методу математики до методу «Капіталу» К.Маркса (діалектизація), надання йому «програмного характеру» подібно до дослідницьких програм у технічних науках (програмність) і підсилення алгоритмічного підходу (алгоритмічність). Я розташував ці моменти за порядком їх значущості, адже, з моєї точки зору, вирішальне значення має діалектизація. Поки не ясно, якою мірою і як вони будуть синтезовані. Але вже заздалегідь можна сказати, що фактично ставиться завдання дослідити не стільки метод математики у співвіднесенні з філософським методом, скільки взаємозв'язок між якісно своєрідними засоба-

ми побудови теоретичних систем наукового знання – розсудком і розумом, які знаходять особливо виразне виявлення у вказаних науках (розсудок – у математиці, розум – у філософії). Розвиток розсудку в напрямі зміцнення його зв'язку з розумом, який водночас супроводжується підсиленням програмності і алгоритмічності, доцільно позначити якимсь єдиним терміном. Уявляється, що для цієї мети цілком прийнятним є поняття «конструювання». В цьому випадку поставлена проблема вдосконалення методу математики набуває такого формулювання: визначення можливостей конструювання як синтезу розсудку і розуму в процесі побудови теоретичних систем знань у математиці.

Таким приблизно я бачу загальний план розгляду представленої Вами проблеми.

**М.** Для мене дещо неочікуваною виявилась складність проблеми і необхідність залучення для її дослідження такого широкого кола мало відомих мені філософських питань. Але я готовий за Вашою допомогою почати цей аналіз.

## ТЕОРЕТИЧНЕ І ЙОГО СТРУКТУРА

**Ф.** Відповідно до накресленого плану нашого дослідження одним з першочергових завдань є уточнення понять «теорія» і «структура теорії».

**М.** Мені доводилося чимало займатись конкретною розробкою математичних теорій. При цьому я керувався інтуїтивними уявленнями про те, що таке математична теорія як така. Проте коли спробував їх осмислити і дати чітку дефініцію, то зробити це задовільно не вдалося. Виникло припущення, що можна буде знайти подібного роду дефініцію, якщо за основу взяти більш загальне поняття наукової теорії і конкретизувати його з урахуванням специфіки математичного пізнання. Однак і поняття наукової теорії, і специфіка математики як науки в літературі трактуються по-різному і викликають критичний настрій. Мені здавалося, що потрібна строгість цих понять втрачена при переході до них від більш загальних понять «наука», «знання» і т. ін. Насправді виявилось не так. При переході до більш загальних понять ступінь невизначеності не зменшується, а зростає.

**Ф.** Що викликає невдоволення в існуючому розумінні наукової теорії?

**М.** В основному три моменти:

а) множинність визначень теорії, в межах якої кожне визначення має підставу, раціональний зміст, але ці визначення не субординовані, не об'єднані в певне синтетичне ціле;

б) у переважній більшості випадків теоретичне визначається через співвіднесення з емпіричним, при цьому основна увага приділяється генезису теоретичного. Для математики ця сторона теоретичного знання має значення, оскільки в ній і тепер виникають нові теорії на основі емпіричних знань. Проте історично процес теоретизації, тобто перехід від емпірії до теорії, був здійснений у період від Фалеса до Евкліда і отримав зрілу форму свого вираження у III ст. до н.е., я маю на увазі «Начала» Евкліда. Основний інтерес для математики має не лише визначення теоретичного через протиставлення його емпіричному, але й розкриття розмаїття форм самого теоретичного;

в) відомі мені визначення теорії недостатньо конструктивні, тобто вони більше *описують* теорію, частково *пояснюють*, як і чому вона виникла, що вона містить, але якщо, спираючись на ці уявлення про наукову теорію, знайти певний конкретний аналог у математиці і задатися питан-



ням, в якому напрямі і як далі розвивати цей аналог, то виразно відповісти на нього ми не зможемо.

**Ф.** Яке визначення теорії з точки зору логічної форми його вираження Вас могло би задовольнити?

**М.** Я виходжу з того, що коректне визначення будь-якого поняття передбачає знаходження для нього найближчого родового поняття і вказування специфічних для нього видових ознак.

**Ф.** Обраний Вами родо-видовий спосіб визначення не повністю відповідає природі поняття наукової теорії.

**М.** Родо-видові визначення використовуються настільки давно і широко, що спроба посіяти сумнів в їх правомірності видається доволі ризикованою.

**Ф.** Використовуються вони давно і широко, але так само давню історію має критика обмеженості цих визначень.

**М.** Про що конкретно йдеться?

**Ф.** Визначення поняття у родо-видовий спосіб потребує вказування на його родові поняття, але останнє також потребує визначення, і тому тут неминучий регрес у безконечність, до того ж на кожній зі сходинок не вказується, що повинно слугувати родом, на кожному етапі визначення останній просто покладається як даний.

**М.** В чому ж Ви вбачаєте недолік? Реально здійснюваний процес пізнання, буде це визначенням чи доведенням, повинен мати основу, яка береться як щось відоме, дещо дане. Для процесу визначення такою основою слугують невизначувані поняття.

**Ф.** Ви так вірите у цей спосіб визначення, що, наштотхнувшись на його обмеженість, готові визнати навіть «невизначувані поняття», хоч їх в принципі не може бути в науці. Визначення призначене розкрити зміст поняття, якщо поняття не визначене, воно беззмістовне, а *беззмістовними* поняттями наука не може оперувати.

**М.** Неочікувана для мене заява. Заперечити Вам у загальній формі я тепер утруднююсь. Але є чимало прикладів невизначуваних понять, наприклад, поняття множини у математиці. У якості його визначення можна навести таке: множина – це сукупність об'єктів довільної природи, які називаються елементами, кожен з яких має принаймні одну властивість, спільну з усіма іншими елементами, завдяки чому множина стає одним цілим. Це висловлювання не слід приймати за визначення множини, адже чим слово «сукупність» є кращим за слово «множина»? [38, 80].

**Ф.** Наведений приклад, а подібних до нього є багато, свідчить не про існування принципово невизначуваних понять, а про те, що існують по-

няття, які не можуть бути визначені родо-видовим способом. Але *незастосовність* того чи іншого способу визначення не є доказом *невизначуваності* загалом. До речі, ще в епоху античності було встановлено, що родо-видовий спосіб незастосовний до гранично загальних понять. Якщо для останніх вдається знайти родові поняття, то гранично загальними будуть ці поняття, а не визначувані гранично загальні.

**М.** Припустимо, що обрана група гранично загальних понять типу «свідомість», «знання» і т. ін., які визначені в якийсь інший спосіб. Але ці поняття нас безпосередньо не цікавлять. Цікаві для нас поняття – «наукове знання», «наукова теорія», «математична теорія» – є похідними і тут не повинно бути заперечень проти застосування родо-видового способу визначення.

**Ф.** Грунт для нього з'являється, однак це відбувається поступово і, крім того, цей спосіб розкриває лише один з напрямів розкриття змісту – «від роду до виду», ігноруючи протилежний напрям – «від виду до роду».

**М.** Рух у зворотному напрямі являє собою порушення елементарних логічних правил. В такому разі ми отримуємо коло у визначенні.

**Ф.** Коло у визначенні неприпустиме, а ось рух по спіралі необхідний. Щоб упевнитися в цьому, розглянемо визначення поняття «наукове знання» чи «наука», котре нас безпосередньо цікавить.

Визначення *науки*, якщо воно претендує бути вираженим у найбільш зрілій формі знання, повинно бути *науковим*. Спроба дати таке визначення являє собою акт самоусвідомлення науки. Реальна наука - це не абстрактна цілісність, а складна цілісна система якісно своєрідних галузей знання і, відповідно, самоусвідомлення науки є перетворенням її на об'єкт визначення з позицій *однієї* з її галузей. Виходить, *родова сутність* визначається з позицій виду. Вочевидь, не кожний науковий напрям може взяти науку в цілому як об'єкт свого аналізу. Не викликає сумнівів правомірність визначень науки у філософії, логіці, наукознавстві і т. ін., але існує чимало наук, з позицій яких безглуздо визначати науку.

**М.** Подумки перебираючи науки, «що виробляють» визначення науки в цілому, я не знаходжу якоїсь єдиної основи, тих необхідних умов, яким вони повинні задовольняти, занадто різномірними вони виявляються.

**Ф.** Необхідною умовою самоусвідомлення *науки як цілісності* з позицій *даної* науки є можливість перетворення цієї цілісності на інтерпретацію предмета даної науки. Подібного роду інтерпретація здійсненна неоднозначно, конкретні форми самоусвідомлення науки нерівнозначні. Основоположне значення має гносеологічний підхід з точки зору як рівня загальності, так і істотності того змісту, який при цьому розкривається.

За гносеологічним підходом наукове знання визначається як система достовірних відомостей про матеріальні і духовні явища, вірне відображення дійсності у свідомості людини [43, т.3, 562]. При цьому застосовується категоріальна система, що містить як основні категорії «об'єкт», «суб'єкт», «процес відображення», «результат відображення – знання». Фундаментальне значення має розуміння відношення між об'єктом і результатом відображення – знанням. Значущість результату відображення оцінюється відповідно до ступеня його адекватності об'єкту відображення. Вищий ступінь адекватності досягається у формі об'єктивної істинності. Суб'єктом пізнання безпосередньо виступає людина як певна індивідуальність. При гносеологічному аналізі від багатьох її індивідуальних рис абстрагуються. У своїй діяльності цей суб'єкт керується особистими мотивами, обирає індивідуальний шлях діяльності, але по суті його свідомість являє собою специфічну форму вираження суспільної свідомості, а отримане ним нове знання є подальшим розвитком системи суспільно відомого знання, має статус продукту «загального історичного розвитку» [2, 161].

Отже, з одного боку, гносеологія є однією з ділянок наукового знання, вона не вичерпує всієї різноманітності наукових знань і в цьому сенсі постає як вид стосовно родового поняття «наука», з іншого боку, її категоріальний апарат («об'єкт», «суб'єкт», «відображення», «знання») містить наукове пізнання як специфічну інтерпретацію, тобто має місце начебто конкретизація роду з позицій виду.

**М.** Звідси наче слідує, що родо-видовий спосіб визначення некоректний, але мені важко з цим погодитися.

**Ф.** Він застосовний і необхідний за певних умов. Такий спосіб визначення не є ані універсальним, ані вичерпним. Так, він непридатний для визначення гранично загальних понять, при переході до більш конкретних понять він застосовується як один з необхідних прийомів, але при цьому постійно відбувається зворотний рух думки. Цей спосіб обмежений і тим, що заснований на розмежуванні обсягів понять, різноманітні відношення між компонентами змісту поняття він виражає через відношення «тотожне», «нетотожне», «більше», «менше», «дорівнює».

**М.** Сподіваюся, викладеним вище вичерпується Ваше невдоволення родо-видовим способом визначення?

**Ф.** Вимушений Вас засмутити, ні. Цей спосіб не дозволяє виразити зв'язок між етапами розвитку поняття, а без використання ідеї розвитку неможливо конкретно визначити поняття в його сутності, глибоко розкрити його зміст. Це повною мірою стосується цікавих для нас понять «наука», «теорія» і т. ін.

**М.** Будемо міркувати конкретніше. Замість науки взагалі візьмемо математику. Як слід розуміти сказане Вами стосовно неї?

**Ф.** Виділіть у сучасній математиці фундаментальне поняття, яке в найбільш загальній, абстрактній формі характеризує її предмет.

**М.** Нехай це буде поняття множини, хоч більш точно предмет сучасної математики визначається поняттям структури.

**Ф.** Якими є аналоги цього поняття в історично попередніх етапах розвитку математики?

**М.** У вищій математиці, яка історично передує сучасній, аналогом виступає поняття величини, а на ще більш ранньому етапі аналогом може слугувати поняття натурального числа.

**Ф.** Порівнюючи між собою поняття числа, величини і множини, неважко констатувати підвищення рівня загальності: будь-яка величина є множиною, але не кожна множина є величиною, будь-яке число є величиною, але не кожна величина є числом. Тенденція підвищення рівня загальності збережеться і в подальшому.

**М.** Мабуть, так.

**Ф.** Керуючись правилами формальної логіки, на які Ви посилаєтесь як на беззаперечні істини, нам слід визнати, що з підвищенням рівня загальності і відповідно зі збільшенням обсягу поняття звужується його зміст.

**М.** Зворотно пропорційна залежність між обсягом і змістом поняття дійсно є законом логіки.

**Ф.** Але звуження змісту має межу у формі чистого буття, тобто у констатації самого факту існування, в абстрактній констатації «є» без конкретизації «що є». А чисте буття тотожне ніщо. Як образно виразив цей факт Гегель, у сліпучому світлі так само нічого не видно, як і в повній темряві. Продовживши тенденцію підвищення рівня загальності до межі, до чистого буття, приходимо до ніщо, до межі беззмістовності. Виходить, що, згідно закону зворотно пропорційної залежності стосовно історичних етапів розвитку поняття, у перспективі математика приречена на беззмістовність, на просту констатацію самого факту існування кількості.

**М.** Перспектива невтішна, але вона нереальна. Порівняльний аналіз таких фундаментальних понять математики, як «число», «величина», «множина», свідчить, що підвищення їх рівня загальності і розширення сфери застосування не супроводжується зворотно пропорційним зменшенням їх змісту. Хоч число визначаючих ознак у більш загальному понятті скорочується, але в решті ознак концентрується «ущільнена», логічно оброблена інформація.

**Ф.** Тоді треба визнати, що закон зворотно пропорційної залежності між обсягом і змістом лише схематично, вельми абстрактно виражає один з

аспектів поняття, що розвивається. Відповідно, при застосуванні родовидового способу визначення слід враховувати відносність вказаного закону і обмеженість цього способу визначення.

**М.** Оскільки Вам відомі різні способи визначення, спираючись на свої знання і вміння, сформулюйте визначення науки, а потім візьмемося за визначення інших цікавих нам понять.

**Ф.** Напевно, Ви хочете почути лаконічне формулювання, яке було б невразливе для критики. Такої дефініції немає. Можна навести послідовність міркувань, що розкривають розмаїття відношень такого складного явища, як наука, у міру розкриття цих відношень уявлення про неї ставатиме конкретнішим, змістовнішим.

У якості вихідного, найабстрактнішого визначення науки можна взяти її витлумачення як своєрідної системи знань, що розвиваються, яка в межах системи суспільної свідомості через принцип тотожності протилежностей пов'язана з іншими системами знань. Таке витлумачення засноване на визнанні первинності суспільного буття, відображуваного суспільною свідомістю. Наукове знання, чи наука, є однією з форм суспільної свідомості поряд з філософією, мистецтвом, мораллю, релігією і т. ін. Але це не просто певний «вид», локалізований у межах «роду» поряд з іншими «видами». Між наукою і філософією, наукою і мистецтвом, наукою і релігією існують складні взаємозв'язки: і антагонізм (як, наприклад, між наукою і релігією), і органічна єдність (науки і діалектико-матеріалістичної філософії), і єдність в узагальненому характері відображення дійсності при різницях у формі вираження узагальненого змісту (наука і мистецтво). Залежно від контексту розгляду науки змінюється як характер вихідних уявлень про неї, так і спрямованість процесу визначення, конкретизації цих уявлень. Оскільки поняття науки для нас важливе перш за все як основа визначення теоретичного знання, то як найістотніші її ознаки доцільно виділити такі.

1. Це система понять про явища зовнішнього світу чи духовної діяльності, істинність якої перевіряється і доводиться суспільною практикою. Наукове знання тим самим докорінно відрізняється від релігійних вірувань, від сліпого прийняття за істину того, що не надається доведенню чи практичній перевірці.

2. Наукове пізнання передбачає констатацію фактів, їх опис і пояснення. Наука цілеспрямовано прагне з'ясувати не лише як протікає той чи інший процес, але й чому він відбувається саме так, а не інакше, тобто наукове знання має пояснювальну функцію на відміну від життєвих відомостей.

3. Пояснювальна функція забезпечується перш за все тим, що наукове знання постає узагальненим відтворенням дійсності, в сукупності окремих фактів воно виокремлює єдине, загальне і виражає це загальне у формі понять, категорій. Узагальненим відтворенням дійсності є і мистецтво, але тут загальність виражається через посередництво художнього образу, що зберігає чуттєво сприйману одиничність, індивідуальність об'єкта відображення.

4. З різних видів загальності наукове пізнання як центральний, основний виділяє закон. У випадковості воно прагне знайти необхідне, у явищах – виокремлювати сутність і навпаки. Загальність, типізація, що містяться в законі, дозволяють усвідомлено включити певне явище в об'єднану групу явищ і тим самим не лише дати їм пояснення, але й здійснювати передбачення, *передбачати* нові факти. Таким чином, внутрішньо властивою науковому знанню є функція *передбачення* [19, 562-571].

Однією з основних характеристик наукового знання часто називають також системність [19, 563]. Якщо під системністю розуміти саму можливість представлення науки як системи, то ця характеристика не специфічна для наукового знання, вона має значно ширшу сферу інтерпретації. В гранично широкому смислі слова, система – це множина елементів довільної природи, між котрими мають місце деякі відношення. Якщо елементами взяти такі логічні форми знання, як поняття чи судження, то системами є не лише поняття, але й інші форми суспільної свідомості. Інша справа, що системність науки специфічна. Але в цьому разі істотною характеристикою наукового знання стає не сам факт наявності системності, а своєрідна форма її вираження.

**М.** Тепер, коли ми маємо визначаючи характеристики наукового знання, спробуємо виокремити теоретичне знання як різновид наукового, вказавши специфіку виявлення цих характеристик у галузі теоретичного порівняно з емпіричним знанням. В усякому разі, так чинить більшість авторів, з працями яких мені доводилося стикатись.

**Ф.** Розмежування теоретичного та емпіричного в науковому знанні насправді є найпоширенішим способом визначення теоретичного. Але слід мати на увазі, що це не єдиний шлях.

Історично першою суперечністю, в межах якої розкривалася природа теоретичного, була суперечність «теоретичне-практичне». Вона чітко виражена в період античності, особливо в Арістотеля. В Новий час функцію основи визначення теоретичного виконує переважно суперечність «чуттє-

ве-раціональне». Тільки починаючи з Канта домінуючу роль починає відігравати протиставлення теоретичного емпіричному.

**М.** Для чого нам йти у глибину віків, якщо порівняльний аналіз теоретичного і емпіричного на сучасному етапі потребує чималих зусиль?

**Ф.** Історично попередні підходи до визначення теоретичного не можна просто відкинути, їх недооцінка, на мій погляд, є однією з причин тієї невизначеності, яка має місце в сучасному розумінні теоретичного. При його визначенні емпіричне покладається як дещо дане, увага зосереджується на процесі теоретизації. Але, сформувавшись, теоретичне набуває власних внутрішніх законів розвитку, не властивих емпіричному. При цьому видозмінюється й емпіричне. Емпіричне до появи на його основі теоретичного будемо іменувати *власне емпіричним*. Коли в межах даної системи наукових знань виникає теоретичне, воно здійснює активний вплив на емпіричний базис. Це «запліднене» теоретичним емпіричне знання буде називатися *квазіемпіричним*. Емпіричне начебто роздвоюється, і при визначенні теоретичного слід враховувати його внутрішню неоднорідність.

Важливе значення в розумінні як різновидів емпіричного, так і специфіки їх відношення до теоретичного, має протиставлення чуттєвого раціональному, яке історично передує протиріччю «емпіричне-теоретичне».

Як і емпіричне, теоретичне знання призначене задовольняти потреби практики. Зв'язок теоретичного з практичною діяльністю відрізняється від зв'язку «емпіричне знання – практика». Тому не лише генетичні ознаки теоретичного, не лише рівень його розвитку, але й специфіка відношення до практики повинна враховуватися при визначенні теоретичного.

**М.** Обраний нами шлях визначення математичної теорії через визначення теорії як такої і подальшу конкретизацію її характеристик з урахуванням специфіки математичного пізнання, який умовно можна назвати шляхом «від загального до часткового», виявляється настільки складним, що доцільно спробувати піти іншим шляхом – «від часткового до загального».

Будемо оглядати всі ті системи математичних знань, які набули статусу теорії, синтезуємо те загальне, що їм властиве, і отримаємо узагальнене уявлення про математичну теорію.

**Ф.** Цілком зрозуміле Ваше професійне зацікавлення розглядати саме математичну теорію. Однак бажання заглибитись у сутність конкретного без дослідження загального нездійсненне, адже загальне іманентне сутності конкретного. Вже саме звернення до *математичної* теорії вільно чи не вільно спирається на загальне уявлення про диференціацію теоретичного знання залежно від об'єктної ділянки (галузь об'єктів математики), яку

воно відображає. Некритично користуватися цим уявленням, принаймні, не бажано. Далі, на основі чого ту чи іншу систему математичних знань Ви класифікуватимете як *теорію* і зіставлятимете з іншою системою, щоб з'ясувати загальні ознаки математичної теорії? Навряд чи можна задовольнитися тим, що ці системи спеціалісти даної галузі знання *називають* теоріями.

Нехай такими характеристиками оберемо те, що загальноновизнане як істотне для математичної теорії. В результаті вдасться виробити таке уявлення про неї, яке відповідає *сучасному* етапові її розвитку. Рівень розвитку теорії буде відображатися у ступені розвинення цих характеристик. Ті системи знань, у яких з'являються контури якісно нових математичних теорій, як і ті, в яких подібного роду характеристики зустрічаються частково чи в нерозвиненій формі, будуть виключені з розряду «істинно математичних теорій». Якщо б ми обмежувались питанням, «що в наш час вважати математичною теорією?», то обраний шлях привів би нас до мети. Але ми хочемо визначити перспективи подальшого розвитку цієї теорії, способи її вдосконалення, і тут особливий інтерес мають і ті ознаки, які нині не є типовими чи загальноновизнаними, але в яких у зародковій формі виявляються контури теорії майбутнього.

**М.** Можна доповнити «статичний» аналіз співіснуючих у наш час теорій історико-порівняльним дослідженням. У результаті будуть виділені як історично вихідні, так і найрозвинутіші характеристики теоретичного, які найповніше виражають його природу.

Вихідний пункт становлення теоретичного в математиці зв'язаний з появою доведення. Недарма виникнення математики як теоретичної науки відносять до діяльності Фалеса, якому належать перші доведення математичних положень. На всіх наступних етапах розвитку математичної теорії доведення зберігається як її невіддільна властивість. З точки зору доказовості, розвиток різних розділів математики (арифметики, геометрії, алгебри, диференційного та інтегрального числення, теорії ймовірностей і т. ін.) виявляється однорідним, хоч рівень розвитку теорії в них неоднаковий. Всередині окремих розділів більш розвинутою виступає та теорія, положення якої містять як частковий (граничний) випадок положення історично попередньої теорії, або та, яка має досконалішу логічну організацію знання.

Якщо ж порівнювати теорії різних розділів, то диференціювати їх за ступенем загальності основних положень важко, оскільки різнорідними виявляються їх предмети, але досконалість логічної форми і тут зберігає своє значення. Скажімо, теорія, представлена у вигляді змістовної аксіома-



тичної системи, більш розвинута, ніж неаксіоматизована теорія. Поява напівформальної аксіоматичної системи на основі змістовної характеризує ще вищий етап розвитку теоретичного.

**Ф.** Ви почали з того, що полишили шлях «від загального до часткового» і вирішили дослідити безпосередньо «часткове» – визначення математичної теорії, а не наукової теорії загалом, а у підсумку прийшли до «загального», до виявлення *логічної форми*, яка має значно ширшу сферу застосування, ніж сукупність математичних теорій, адже аксіоматична організація знань має місце і у фізиці, і в біології, і у лінгвістиці і т.ін. З іншого боку, аксіоматика не охоплює всього теоретичного знання навіть у математиці.

**М.** Якщо аналіз загальних характеристик теорії такий необхідний для визначення математичної теорії, доведеться його проводити.

Зрозуміло, що визначення теорії як такої в доволі повному вигляді не може бути зведене до якоїсь єдиної дефініції. Прийmemo як дане, що родовий спосіб обмежений, що необхідні зворотні рухи думки для визначення теорії, що відношення «теоретичне-емпіричне» не є єдиною основою для розкриття природи теоретичного і т. ін. Подібного роду перестороги важливі, щоб уникнути однобічності, абсолютизації якогось одного підходу до теоретичного і сформулювати більш різнобічне і повне уявлення про нього. Але з чогось треба починати: з усієї різноманітності підстав визначення («теоретичне-емпіричне», «теорія-практика» і т. ін.) спочатку необхідно конкретно розглянути хоча б одне – перше ніж здійснити рух від «виду до роду», слід знайти визначення «через рід і видову відмінність».

**Ф.** У якості вихідної сходинки визначення все це справді необхідно, а конкретніше, спочатку виявимо характерні ознаки теоретичного порівняно з емпіричним у більш загальній системі наукових знань.

**М.** Я вже говорив, що намагався зробити це, але задовільного результату не отримав.

**Ф.** Давайте розглянемо хід ваших міркувань.

**М.** Звернемося до визначення, яке призначене бути найбільш поширеним, до визначення теорії, даного у «Філософській енциклопедії». Тут виділяються два значення терміну «теорія» – в широкому і вузькому смислі. У першому випадку поняття теорії здатне включити в себе всі сформульовані вище характерні ознаки науки. Тому виокремити її як специфічний різновид наукового знання порівняно з емпіричним не вдається.

У вузькому смислі теорія визначається як «форма достовірного наукового знання про певну сукупність об'єктів, яка являє собою систему взаємозв'язаних тверджень і доведень і містить методи пояснення явищ даної

предметної галузі. В цьому сенсі теорія протиставляється емпіричному знанню і відрізняється від нього, по-перше, достовірністю наявного в ній наукового знання, яка забезпечується одержанням цього знання у відповідності з існуючими науковими стандартами і виражається в його внутрішній несуперечливості, реалізації його перевірки на істинність і т. ін.; по-друге, тим, що теорія дає узагальнений опис досліджуваних в ній явищ, формулювання в її рамках загальних законів, які не лише описують певне коло явищ, але й дають їх пояснення і містять можливість передбачення нових, ще не вивчених фактів; по-третє, виділенням у складі теорії множини вихідних тверджень і множини тверджень, отриманих з вихідних шляхом виведення, доведення, причому сам процес доведення підпорядковується особливим логічним закономірностям, які формулюються для даної теорії чи для певного класу теорій» [43, т.5, 205].

**Ф.** Чим, на Вашу думку, не задовольняє таке визначення?

**М.** Перша ознака не є специфічною для теоретичного порівняно з емпіричним. Якщо йдеться про несуперечливість у гранично широкому, хоч і доволі невизначеному смислі, тобто відсутність в цій системі знань певного твердження і його заперечення, то до такої несуперечливості прагнуть і в ділянці теоретичного, і в ділянці емпіричного. Якщо ж йдеться не лише про прагнення до несуперечливості, але й наявність у заданій системі знань *методів перевірки* на несуперечливість, методів доведення несуперечливості, то вони присутні лише в деяких типах аксіоматично організованих систем (напівформальна, формальна). Скажімо, «Начала» Евкліда чи «Начала» Ньютона не задовольняють цьому критерію.

Аналогічно відбувається і з перевіркою на істинність. Розуміння істини як відповідності знань дійсності використовується і в ділянці емпіричного, і в ділянці теоретичного. Водночас є способи перевірки на істинність, застосовні лише в окремих видах теоретичного знання.

Друга ознака також властива не лише теоретичному. Узагальнення має місце в емпіричній сфері. Більше того, в принципі припустимо, що емпіричне узагальнення в одній науці за рівнем загальності може бути вищим за деякі теоретичні твердження в іншій науці.

Тепер відносно пояснювальної і прогностичної функцій. Сам факт їх існування не конституює знання власне як теоретичного. Візьмемо деяке емпірично встановлене твердження, скажімо, «діагональ поділяє квадрат на два рівні трикутники». До нього легко було прийти в процесі розрізання будь-якого квадратного предмета на дві трикутні частини. Оскільки це твердження справедливе стосовно всіх речей, що мають квадратну форму, воно постає як знання загального закону і тому одна з форм пояснення

(пояснення через посередництво закону) йому властива. Що стосується прогностичної функції, то, як правильно вказують деякі автори, «навіть первинне і найпростіше узагальнення дає основу для передбачення» [32, 178].

Таким чином, розглянуті вище дві групи ознак теоретичного співпадають із суттєвими ознаками *науки* і вимагають внутрішньо диференційованого розгляду, щоби бути віднесеними лише до теоретичного. Становище істотно не зміниться, якщо внести додаткові, однопорядкові елементи в ці групи, скажімо, розширити набір функцій теоретичного: поряд з пояснювальною і прогностичною, ввести евристичну, епістемологічну, функцію передавання інформації, синтезуючу, практичну, адже всі ці функції у своєрідній формі властиві як теоретичному, так і емпіричному знанню.

Істотно інше значення для визначення теоретичного має третя ознака: виділення у системі наукового знання вихідних тверджень, тобто *аксіоматики*, і отриманих з вихідних через посередництво доведень. Така система справді є теоретичною на відміну від емпіричної.

Отже, з трьох характерних ознак теорії дві перші слід віднести до визначення науки, а у визначенні теорії у вузькому смислі достатньо залишити лише третю ознаку.

**Ф.** Я не можу погодитися з таким трактуванням розглянутого визначення, адже в підсумку ми отримали не витлумачення теорії у вузькому смислі, а вузьке розуміння однієї з логіко-гносеологічних характеристик теорії, а саме *логічної* форми організації знань у її межах, яку Ви ототожнюєте з аксіоматичною організацією.

Енциклопедичне визначення призначене охопити максимально широкий клас реально існуючих теорій, а не обмежуватися математичною теорією, і те, що воно через посередництво однієї з ознак виділяє цю теорію і водночас охоплює інші типи теорій, свідчить, що воно цілком задовільно виконує свої функції.

**М.** Я не претендую на вдосконалення визначення теорії загалом, а розглянуте визначення надлишкове з точки зору цікавої для нас проблеми і може бути змінене на більш лаконічну дефініцію: теорія – це система наукового знання, в якій виділені вихідні твердження і похідні, отримані з вихідних через посередництво доведення. В цій дефініції як найважливіша ознака теоретичного виділяється доказовість, що узгоджується із загальноприйнятим розумінням математики як доказової науки. Ознака відділення доказових положень від вихідних є похідною. При послідовному проведенні доведень, щоб уникнути регресу до безконечності, ми вимушені прийняти деякі положення як недоведені.

**Ф.** Що Ви розумієте під доведенням?

**М.** Встановлення істинності деякого положення шляхом логічного виведення його з інших положень, прийнятих за істинні і таких, що виступають як засновки. Положення, істинність якого встановлюється, іменується теоремою, а сам процес виведення і викладена при цьому послідовність засновків – доведенням.

**Ф.** За такого розуміння доведення властиве і емпіричному знанню. Причому немає необхідності розглядати квазіемпіричне, адже окремі доведення, виведення висновків із засновків з метою встановлення істинності мають місце і у власне емпіричному, тобто існуючому ще до виникнення теоретичного. Заперечувати це означає заперечувати наявність процесу логічного міркування в емпіричному дослідженні. Інша справа, що в емпіричній ділянці ідея доведення не проводиться систематично і, крім того, доведення тут відіграє допоміжну роль, а домінуючим способом визначення істинності є звернення до даних спостереження, до досвіду. Таким чином, для теоретичного специфічним є не просто наявність окремого доведення чи групи розрізнених доведень, а певний *тип їх систематизації і домінуюча роль*, якої вони набувають як *спосіб встановлення істинності*. Систематизація доведень здійснюється на основі дедукції, при цьому можна спиратися не на наступні теореми, а лише на попередні. В основу всієї системи кладеться аксіоматика, система стає аксіоматичною. У підсумку теорія виявляється рівнозначною цій системі.

**М.** Раніше Ви стверджували, що розуміння теорії як аксіоматичної системи незадовільне, оскільки воно не охоплює теоретичних знань навіть у математиці. Це насправді так. Наприклад, теорія ймовірностей виникає як математична теорія у ХУІІ ст., а аксіоматичну форму викладу набуває лише у 30-х рр. ХХ ст. Якщо керуватися ототожненням теорії з аксіоматичною системою, то треба зробити висновок, що теорія ймовірностей не була теорією протягом більше ніж два століття.

Водночас Ви відзначали, що поняття аксіоматичної системи є ширшим за поняття «математична теорія», адже аксіоматична організація використовується поза математикою, в теоріях інших наук. Все це представляє аксіоматичну систему як *найвищу* форму теоретичного. Тепер же Ви стверджуєте їх тотожність, більше того, посилаючись на те, що доведення, логічні міркування використовуються і на емпіричному рівні, намагаєтесь провести думку, що аксіоматична система може використовуватися і за межами теоретичного.

**Ф.** Візьміть у якості аксіом твердження про якісь явища буденного життя, продукуйте з них висновки за правилами дедукції і в результаті

отримаєте аксіоматичну систему, яка не буде включатися не лише в теоретичне, але й загалом у наукове знання.

**М.** Тоді, як все ж таки розуміти відношення між теорією і аксіоматичною формою організації знання: чи є остання виразом *найвищих* видів теоретичного, чи вона має настільки абстрактний характер, що здатна включати *будь-які* знання?

**Ф.** На це питання не можна дати однозначної відповіді. Крім сформульованих вище витлумачень аксіоматичної форми, можна запропонувати ще одну – це «мінімальна» логічна форма, що розділяє емпіричне і теоретичне.

Аксіоматична система синтезує більш елементарні логічні форми: доведення, умовиводи, судження, поняття. Найпростіша з них – поняття. Воно має найменування, зміст і обсяг. Саме по собі найменування не виражає природи поняття, а щоб розкрити зміст чи обсяг, вимагається звернутися до визначення, тобто використати більш складну форму – судження.

За окремо взятим судженням, навіть якщо ми здогадаємося, що воно являє собою визначення, гіпотезу чи теорему, також не вдасться встановити, чи належить воно до емпіричного чи теоретичного рівня знань. Щоб класифікувати його як визначення чи теорему, необхідний ряд умовиводів. Умовиводи використовуються і в теоретичній, і в емпіричній системах, у науці і в повсякденному знанні, так що сама по собі ця логічна форма не специфічна для теоретичного. Послідовність умовиводів, зв'язаних між собою в певний спосіб, дає доведення, яке також не становить монополії теоретичного знання. Виходить, що лише систематизована на підставі дедуктивного принципу послідовність доведень, тобто аксіоматична система, конституює знання як теоретичне.

Але такого розуміння теоретичного недостатньо для цілей нашого обговорення. Нам необхідне таке розуміння теорії, яке включало б як аксіоматичну, так і діалектико-логічну системи, в іншому разі неможливо буде провести їх порівняльний аналіз. Між тим визначення теорії, дане у «Філософській енциклопедії», яке Ви інтерпретували занадто вузько, доволі прийнятне для цього.

**М.** А як його інтерпретувати більш широко? Додати до третьої ознаки дві попередні? Від цього суть справи не зміниться.

**Ф.** Інакше тлумачити третю ознаку. Виділення у складі теорії множини вихідних тверджень не обов'язково слід розуміти як завдання аксіоматики у власному смислі цього слова, крім того, отримання похідних тверджень з вихідних шляхом виведення, доведення не зводиться до редукування висновків із засновків. Ви випустили з уваги істотне доповнення:

«...сам процес доведення підпорядковується особливим логічним закономірностям, які формулюються для даної теорії чи для певного класу теорій» [43, т.5, 205]. В діалектико-логічній системі і вихідні положення, і процес виведення, доведення мають якісно своєрідний зміст порівняно з аксіоматичною системою.

**М.** В такому разі зіставимо ці системи і виділимо те загальне, що їм властиве.

**Ф.** Внаслідок такого зіставлення ми отримаємо абстрактно-логічну форму теоретичного, яка містить: а) *начало*, що являє собою множини первинних категорій, принципів, постулатів, аксіом, загальних законів; б) *логіку* розгортання начала у теоретичну систему; в) *корпус* теорії, тобто сукупність похідних категорій, понять, висновків, вихідних положень разом з викладенням процесу їх обґрунтування.

Згідно абстрактно-логічної форми, теоретичне може бути визначене як *система наукових знань, виведених логічно з усвідомлено покладеного начала*.

Вважати абстрактно-логічну схему і відповідно засноване на ній розуміння теоретичного найрозвинутішою, найвищою формою його виявлення було б невірно саме через її абстрактний характер, оскільки, як ми з Вами встановили вище, реальний процес розвитку знань йде не у напрямі абстрактно-всезагального, межею якого є вираження чистого буття, а до абстрактно-конкретного, останнє ж безперечно повніший вираз знаходить саме у діалектико-логічній, а не аксіоматичній системі. Саме ступінь вираження діалектико-логічної системи в тій чи іншій науковій сфері визначає рівень розвитку теоретичного. Цей критерій неодноразово використовувався основоположниками марксизму. В їх роботах поняття теоретичного і діалектичного мислення, теорії і діалектики застосовуються в подібних значеннях. Так. У «Діалектиці природи» Ф.Енгельс пише про те, що «нація, яка бажає стояти на висоті науки, не може обійтися без теоретичного мислення» [1, т.20, 368] і далі зазначає, що «лише діалектика могла допомогти природознавству вибратися з теоретичних труднощів» [1, т.20, 368]. Оскільки діалектико-логічна система знаходить найбільш повне вираження у філософії, найвищі форми теоретичного асоціюються у Ф.Енгельса з філософським знанням. «Справа в тому, - пише він. – що будь-кому, хто займається теоретичними питаннями, результати сучасного природознавства нав'язуються з таким же примусом, з яким сучасні природодослідники – бажають вони цього чи ні – вимушені доходити загальнотеоретичних висновків. І тут відбувається відома компенсація. Якщо теоретики є напівзнавцями у ділянці природознавства, то сучасні природодослідники фактично

такою ж мірою є напівзнавцями у ділянці теорії, у ділянці того, що донедавна називалося філософією, ... теоретичне мислення є вродженою властивістю лише у вигляді здатності. Ця здатність повинна бути розвинута, вдосконалена, а для цього не існує досі жодного іншого засобу, окрім вивчення всієї попередньої філософії» [1, т.20, 366].

Однак галузь теоретичного знання основоположники марксизму не обмежили філософією чи діалектико-логічною системою. Це – *найвищі форми теоретичного*, які співіснують з іншими логічними типами теоретичних систем, з конкретно-соціальними і природничо-науковими теоріями. Ф.Енгельс аналізує «комуністичні теорії (Мореллі і Маблі)», еволюційну теорію Дарвіна, кантівську теорію виникнення Сонячної системи, кінетичну теорію газів та ін. [1, т.20, 12, 13, 18, 69].

**М.** Визначення теоретичного знання через абстрактно-логічну форму його організації не є достатнім критерієм відокремлення його від емпіричного. Вся та аргументація, яку Ви використали, критикуючи визначення теоретичного через вказування на його аксіоматичну форму, по суті, зберігає силу. Позитивним поки є лише те, що у вигляді абстрактно-логічної системи виділена свого роду модель, що об'єднує аксіоматичну і діалектико-логічну системи.

**Ф.** Для чіткого розмежування теоретичного і емпіричного недостатньо вказати лише на логічну форму теоретичного. Це один з логікогносеологічних компонентів наукового знання поряд з іншими – об'єктом, предметом і методом. Повніше уявлення про специфіку теоретичного порівняно з емпіричним буде отримано, якщо виявити своєрідність і цих компонентів.

**М.** Що це за компоненти? Бажано роз'яснити їх на прикладі математичного пізнання.

**Ф.** Ті властивості і відношення матеріальної дійсності, які відображаються в математичному знанні, називаються об'єктом математики. Це – «просторові форми і кількісні відношення реального світу» [1, т.20, 37].

Математика пізнає свій об'єкт не безпосередньо, а в абстрагованому, ідеалізованому вигляді. Цей абстрактний і ідеалізований об'єкт і є власне предметом математики. Так, *реально існуюча* форма кубічного тіла – це один з об'єктів математики, а геометричний куб (просторова форма матеріального тіла, взята відокремлено від інших його властивостей і представлена в ідеалізованому вигляді) – один з математичних предметів. Синтезуючи все розмаїття окремих математичних предметів, отримуємо предмет математики загалом. Предмет відрізняється від об'єкта, зокрема, в двох аспектах: а) за формою існування (матеріальне існування об'єкта і ідеальне

існування предмета); б) за співвіднесенням з різними понятійними системами (об'єкт математики визначається через посередництво філософських понять, предмет – через посередництво математичної категорії). Розмежування понять об'єкта і предмета необхідне тому, що в сучасній математиці, поруч з традиційним шляхом формування предмета як абстракції і ідеалізації від об'єкта, формуються нові предмети на основі вже існуючих через посередництво певної системи операцій. Причому об'єктний зміст цих наново сформованих предметів певний час може бути невизначений, подібно до того, як це було з предметом геометрії Лобачевського.

Предмет теорії – це те, на що безпосередньо спрямоване пізнання в її межах. Він являє собою цілісну характеристику, яка виділяє цю теорію як відносно відокремлене утворення порівняно з іншими теоріями. Вихідне уявлення про предмет розкриває його як щось єдине: «число» в арифметиці, «група» в теорії груп і т. ін. Однак ця єдність є збірним образом, що виражає певну множинність окремих відносно самостійних елементів. Предмет як множину будемо називати *предметною площиною теорії*, а елементи цієї множини – екземплярами предмета.

Властивості і відношення предметної площини теорії розкриваються в системі складників теорії – суджень, які створюють *площину знання* теорії. Таким чином, теорія постає як дворівневе утворення, в якому вказані площини органічно взаємозв'язані і водночас відносно самостійні стосовно одна одній. Справа в тому, що про один і той же предмет, який не надається істотним змінам, ми можемо мати різні системи знань. Скажімо, система знань про натуральний ряд чисел може містити вихідні визначення числа, операцій складання і віднімання, кілька теорем, що стосуються даних операцій. Але теорія натуральних чисел може бути викладена і як аксіоматична система з набором незалежних, несуперечливих аксіом, через посередництво яких вводиться значно ширший комплект операцій, глибше розкриваються їх властивості.

І в предметній площині, і в площині знання використовуються категорії «зміст» і «форма», хоч їх конкретна інтерпретація в тій чи іншій площині має свою специфіку.

**М.** Поки нічого не було сказано про такий компонент, як метод.

**Ф.** Це тому, що теорія розглядалась як внутрішньо диференційоване структурне утворення в статиці, як щось сформоване, без співвіднесення з тим, на основі чого вона утворюється і на що вона перетворюється надалі. Такий підхід до теорії будемо йменувати *субстратним*. Його необхідно доповнити *динамічним* підходом, за якого як у предметній площині, так і в площині знання виявляються системи операцій, визначених дій, через



посередництво яких здійснюються взаємні перетворення елементів предметної галузі і площини знання. Метод теорії являє собою систему цих операцій і перетворень. Через диференціацію теорії на основні компоненти він також виявляється внутрішньо подвоєним, містить два компоненти: метод предметної площини і метод площини знання.

**М.** Важко назвати викладену Вами структуру теорії простою і чітко визначеною. Що вона дає для розуміння природи теоретичного знання порівняно з наявними точками зору?

**Ф.** Перш за все вона дає можливість впорядкувати розмаїття прийнятих тлумачень теорії відповідно до того, до яких елементів структури вони належать, і, спираючись на взаємозв'язки між цими елементами, субординувати їх між собою.

Розглянемо, наприклад, наступне формулювання: «З чисто формальної точки зору теорія є певною множиною висловлювань будь-якої наукової мови» [40, 80].

**М.** Якщо дотримуватись викладеної вище структури, то це формулювання характеризує теорію лише в площині знання, причому, як відзначає сам автор, це занадто абстрактне формулювання, адже воно застосовне не лише до теорії, але й до емпіричної системи, будь-якої наукової системи.

**Ф.** Автор розглянутого визначення – Г.І.Рузавін – використовує останнє лише як вихідне, а потім конкретизує його так: «Однак не кожному підмножину висловлювань, виділену з усієї множини, можна назвати теорією. Вирішальне значення має впорядкованість цієї підмножини за допомогою того чи іншого логічного виводу, через які одні висловлювання впливають з інших» [40, 80].

**М.** Зрозуміло, що наступне уточнення в кінцевому рахунку приведе до уявлення про абстрактно-логічну систему, яка виділяє теоретичне у площині знання. В чому ж специфіка теоретичного в плані інших логіко-гносеологічних компонентів?

**Ф.** Об'єкт, предмет і метод теорії тісно взаємозв'язані. Специфіка теоретичного починає виявлятися насамперед у предметі, який включає істотні властивості і відношення об'єкта, причому не в їх «первозданному» вигляді, а обробленими методом даної науки, як результат мисленого перетворення об'єкта. Результати цього процесу знаходять вираз у певних логічних формах, які найповніше виражають своєрідність і ступінь розвинутої теоретичного, хоч вони є похідними, своєрідно синтезують усі інші логіко-гносеологічні компоненти теоретичного.

**М.** Тут необхідне обґрунтування. З точки зору логічної форми, теоретичне було визначене нами як наукове знання, виведене логічно з усвідом-

лено покладеного начала. Раніше ми просто констатували це. Тепер треба вивести своєрідність логічної форми теоретичного як наслідок зі специфічних особливостей його методу і предмета.

**Ф.** Питання про специфіку предмета теоретичного є дискусійним. Так, наприклад, І.В.Кузнецов пише: «Щоб здійснити перехід від емпіричного базису до сукупності нових понять, потрібний певний посередницький міст. Їм слугує особливий елемент структури теорії, який можна назвати ідеалізованим об'єктом» [25, 88]. Цю точку зору поділяють С.О.Лебедев [27, 84] і ряд інших дослідників. Деякі автори вважають, що ідеалізація не є специфічною для теоретичного предмета [37, 235]. Я вважаю, що у певному розумінні ідеалізація характерна саме для теоретичного предмета і не має місця на емпіричному рівні. Мова йде про те, що ідеалізація доводить абстрагований на емпіричному рівні предмет до його граничного значення. Такого роду граничний перехід на прикладі створення геометричних предметів точки і прямої описується в такий спосіб: «Подібно до того, як точка уявного простору є ідеальним граничним випадком конкретної точки, тобто отримується з останньої шляхом абстрагування від її просторової протяжності, так і ідеальна пряма отримується з конкретного відрізка після відволікання від його «недосконалості». Тоді у якості істотних ознак прямої лишаються тільки її одномірність та ідеальна прямизна. Однак процес переходу до ідеальних образів полягає не лише в абстрагуванні, тобто виключенні з розгляду неістотних властивостей сприйнятих об'єктів. Він супроводжується іншою, зовсім протилежною тенденцією: додаванням до сприйнятих об'єктів певних нових властивостей... Таким чином, перехід від видимого простору до уявного відбувається лише частково шляхом абстрагування, тобто вилучення (з точки зору геометрії) неістотних деталей і якостей. За суттю цей перехід обумовлюється також конструктивним, можна сказати – продуктивним моментом» [35, 20-21].

**М.** Що слідує з визнання ідеалізованого характеру теоретичного предмета?

**Ф.** В результаті ідеалізації предмет розширяє сферу своєї інтерпретації, остання стає безконечною, внаслідок цього поняття предмета набуває всезагального характеру. Всезагальність теоретичного поняття в даному випадку означає безконечність його обсягу. Далі, визначення теоретичного не може бути визнане коректним, якщо воно лише вказує на ту чи іншу інтерпретацію, його зміст необхідно свідомо *покласти* як дещо дане і у подальшому звертатися до нього, що і здійснюється в процесі визначення начала теорії. Введений мисленнєвий зміст надалі розгортається за законами мислення, тобто логічно. Таким чином, основні ознаки абстрактно-

логічної моделі теоретичного знання (покладання начала і логічне розгортання з начала системи похідних положень) є наслідками специфічної природи предмета теоретичного, і насамперед ідеалізованого характеру цього предмета.

Якщо підвести підсумок, то теоретичне знання, на відміну від емпіричного, можна визначити як систему наукових положень про ідеалізований предмет, яка розгортається зі свідомо покладеного начала через посередництво того чи іншого логічного виводу.

М. Мабуть, має сенс полишити загальні міркування про теорію і, спираючись на вироблене структурне уявлення, розпочати дослідження конкретних теоретичних систем. В процесі такого дослідження будуть уточнені генетичні ознаки теоретичного, виявлені через його протиставлення емпіричному, і його особливості, що виявляються у відношеннях «теорія-теорія», «теорія-практика».

## **КРИТИЧНИЙ АНАЛІЗ АКСІОМАТИЧНОГО МЕТОДУ ЯК СПОСОБУ ДОКАЗОВОГО ВИКЛАДУ ТЕОРЕТИЧНОЇ СИСТЕМИ**

**Ф.** Донедавна поняття методу розглядалося в загальному плані, без урахування специфіки його прояву в математиці. Як би Ви визначили аксіоматичний метод?

**М.** Це метод чи методи, що використовуються у математиці.

**Ф.** Але і у минулому, і нині ці методи розуміють істотно по-іншому. Так, Декарт математичні науки уявляв «самовільними плодами, що виникли з вроджених начал» істинного універсального методу пізнання [15, 90], а фактично розробляв алгебраїчний метод.

**М.** Алгебраїчний метод і нині є одним з важливих математичних методів.

**Ф.** Якщо продовжити історичний екскурс, то виявиться, що для Спінози математичним виступав такий метод, «за допомогою якого з визначень, постулатів і аксіом виводяться висновки» [41, 175], тобто аксіоматичний метод. Аналогічної думки дотримувався і Гегель, який писав, що «науковий апарат, яким озброює математика, - визначення, поділи, аксіоми, ряди теорем, їх доведення» [11, 25].

**М.** Я не вбачаю поки тут жодної суперечності. І аксіоматичний метод властивий математиці, в ній він вперше сформувався і отримав найбільш широкий і повний розвиток.

**Ф.** Однак алгебраїчний метод і за предметом застосування, і за своїми функціями, і за іншими характеристиками не тотожний аксіоматичному. Отже, кожен з цих методів не вичерпує методу математики, а виражає певний аспект, сторону останнього.

**М.** Оскільки йдеться про метод побудови системи математичних знань, перевагу, безперечно, слід надати аксіоматичному методу.

**Ф.** Аксіоматичний метод використовується як у математиці, так і в інших науках. Чи змінюється його природа в залежності від змісту тієї чи іншої галузі математичних знань, з одного боку, і при перенесенні його в інші науки – з другого?

**М.** Певні зміни мають місце, але від того, що цей метод застосовується в геометрії чи арифметиці, алгебрі чи теорії ймовірностей, він не втрачає

свого статусу аксіоматичного методу. В математиці він виступає тією єдиною формою, яка найповніше порівняно з іншими методами дозволяє представити дану науку як єдину, цілісну систему знань.

Не становить особливих зусиль визначити, чи є ця система біологічних чи фізичних знань аксіоматичною, оскільки і у фізиці, і у біології цей метод виявляє ряд загальних характеристик.

**Ф.** Що Вас цікавить у проблемі вдосконалення математичного методу побудови теоретичної системи знань – вдосконалення загальних принципів цього методу чи конкретної системи знань, побудованій у відповідності з принципами даного методу?

**М.** Безперечно, ідеальним рішенням було б усвідомлене перетворення сучасної системи аксіоматичних знань, скажімо, системи Бурбаки, на якісно нову, більш досконалу систему. Але цілком задовільним було б і вирішення проблеми у більш скромній формі: виявити основні принципи створення цієї нової системи математичних знань.

**Ф.** Для цього перш за все, необхідно чітко визначити принципи існуючої аксіоматичної побудови.

**М.** Це неважко зробити на прикладі елементарної геометрії. При аксіоматичній побудові певної системи обирають нечисленну групу вихідних понять (типу точки, лінії, прямої, поверхні, площини і т. ін.). Згодом приймають у якості вихідних положення (аксіоми), що характеризують найпростіші, найсуттєвіші ознаки і відношення вихідних понять. Всі решта понять системи логічно визначаються на базі вихідних, а всі висловлювання системи виводяться, дедукуються з прийнятих аксіом. Історично перша серед подібних систем – «Начала» Евкліда.

**Ф.** Загальновідомо, що аксіоматичний метод у процесі історичного розвитку науки розширив сферу свого застосування, але при цьому, напевно, еволюціонували і його принципи, його логічна структура.

**М.** Така еволюція дійсно мала місце. «Начала» Евкліда, «Математичні начала натуральної філософії» Ньютона, аксіоматичні побудови у біології і т. ін. з логічної точки зору являють єдиний тип аксіоматичної побудови, який іменується *змістовною* аксіоматичною системою. Більш досконалою у логічному відношенні є *напівформальна* аксіоматична система, як приклад такої зазвичай наводять «Основи геометрії» Гілберта. Нарешті, існує третій тип аксіоматичної побудови – *формальна* аксіоматична система.

**Ф.** Чим відрізняється напівформальна система від змістовної?

**М.** Її відмінні особливості найкраще за все встановити, порівнюючи «Начала» Евкліда і «Основи геометрії» Гілберта.

Евклід починає виклад системи з визначення вихідних понять: точки, прямої і т. ін. За цими визначеннями слідує постулати: «від будь-якої точки до будь-якої точки можна провести пряму лінію», «обмежену пряму можна безперервно продовжити по прямій» і т. ін. [34, 32-33]. Після постулатів формулюються аксіоми: «рівні одному і тому ж рівні і між собою», «якщо до рівних додаються рівні, то і цілі будуть рівними» і т.ін. [34, 32-33]. Визначення вихідних понять, постулати і аксіоми зручно об'єднувати спільним терміном «аксіоматика». З аксіоматики Евклід логічно виводить теореми, послідовність яких розбита на книги. Приблизно такою ж є структура й іншої змістовної аксіоматичної системи – «Начал» Ньютона.

В «Основах геометрії» Гілберта кидається у вічі відсутність визначень вихідних понять, Гілберт їх просто перераховує. «Ми мислимо, - пише він, - три різні системи речей: точки, прямі і площини...» [13, 56]. Відмова від визначень точки, прямої, площини і т. ін., наявних в Евкліда, є зовнішньою формою виразу істотної відмінності напівформальної аксіоматичної системи від змістовної. Під точками, прямими і площинами тепер не обов'язково розуміти лише те, що раніше було представлене в геометрії Евкліда, це можуть бути інші математичні предмети (наприклад, числа) чи навіть предмети нематематичної природи (відчуття кольорів і т. ін.). Якщо у Евкліда вихідні поняття мають *єдину* інтерпретацію, то Гілберт вводить *змінні*, байдужі до конкретного змісту. Важливо лише, щоб позначені ними сукупності предметів задовольняли тим властивостям і відношенням, які виражені в аксіоматиці.

**Ф.** Якщо в напівформальній системі вихідні поняття можуть позначати не лише математичні предмети, але й предмети нематематичної природи, то метод, відповідно до якого вибудовується така система, не можна вважати *власне математичним*, він ширший за сферою своєї застосовності, ніж математика. Чи не здається Вам, що, ототожнивши математичний метод з аксіоматичним, а останній з його втіленням у напівформальній системі, ми вже досягли надлишкового рівня загальності?

**М.** Вдосконалювання аксіоматичного методу в загальній формі сприятиме розвитку не лише математики, але й математичних наук. Чим вищий рівень загальності аксіоматичного методу, тим ширша сфера його можливих застосувань. Крім того, представлений у найабстрактнішій формі аксіоматичний метод стає більш строгим і продуктивним. В цьому можна переконатися, зіставивши його можливості у напівформальній, змістовній і формальній аксіоматичних системах.

У формальній системі досягнутий ще більш високий рівень формалізації аксіоматики. Виражається це в тому, що вихідні поняття, відношення

між ними, їх властивості отримують символічний вираз, але ще важливіше те, що принципово інше тлумачення отримує логічний апарат, що використовується при побудові аксіоматичної системи. Як у змістовній, так і у напівформальній системах логічний апарат (закони і правила логіки) використовуються інтуїтивно і явно не визначаються. Розвиток математичних знань від змістовної системи до напівформальної призводить до посилення формально-логічного аспекту, до вилучення елементів наочності, невизначених інтуїтивних уявлень в аксіоматиці і аналогічні вимоги ставить до логіки. Зближення рівнів формалізації і строгості як аксіоматики, так і логіки її розгортання в похідні положення, досягається саме у формальній аксіоматичній системі.

**Ф.** Виходить, що аксіоматичний метод для свого явного визначення потребує задання не лише засобів самої математики, але й формальної логіки. Наскільки правомірно у такому разі трактувати його як *математичний* метод, якщо він такою ж мірою може вважатися логічним методом?

**М.** Правомірно і це, і інше. Формальна система виникає як результат еволюції напівформальної системи *математичних* знань, її виникнення обумовлене перш за все потребами *математики*, і в цьому сенсі метод її побудови виступає як *математичний*. Оскільки формальні системи явно включають засоби формальної логіки і знаходять у ній інтерпретацію, метод їх побудови може вважатися *логічним*.

**Ф.** Отже, сформоване ще в період античності і поширене довгий час ототожнення математичного методу з аксіоматичним виявилось неправомірним. В наш час у вигляді змістовної, напівформальної і формальної систем аксіоматичний метод має комплексну природу і вийшов за межі математики. В цьому плані поняття «аксіоматичний метод» ширше за поняття «математичний метод». Але чи охоплює аксіоматичний метод в усій різноманітності його типів основний зміст теоретичних знань у математиці?

**М.** Повинен відзначити, що Ви володієте цікавою здатністю ставити каверзні питання. Я вимушений визнати, що, незважаючи на доволі диференційовану структуру аксіоматичного методу, він недостатньо виразно відображає специфіку теоретичних знань в так званій *конструктивній* математиці. Напевно, якщо говорити про математичний метод стосовно цієї галузі, то слід перш за все вказати на *алгоритмічний* метод.

**Ф.** Якою мірою цей метод може використовуватися у процесі побудови теоретичної системи знань?

**М.** Візьмемо в якості елементарних конструктивних об'єктів алфавіт формальної системи, в якості алгоритму – правила утворення. Тоді, спираючись на правила застосування схеми, принципово можливо алгоритмічно здійснити створення правильно побудованих формул. Взнявши у якості

елементарних конструктивних об'єктів аксіоми, а в якості схеми алгоритму – правила виводу, алгоритмічно будемо здійснювати процес виведення теорем з аксіом.

**Ф.** Виходить, що алгоритмічно здійснювана аксіоматична побудова об'єднує з точки зору методу класичну і конструктивну математику.

**М.** Між представниками класичної математики, в межах якої виник і розвинувся аксіоматичний метод, і представниками конструктивної математики, де особливо важливу роль відіграє алгоритмічний метод, існують доволі складні взаємовідносини: можна зустріти твердження і про їх єдність, і про повну протилежність, коли перші іменуються «математиками», а другі – «програмістами». Це накладає свій відбиток і на розуміння сутності і значущості математичного методу як синтезу аксіоматичного і алгоритмічного методів, думки з цього питання розбіжні. Наведу одну з «поміrkованих» думок, висловлену відомим дослідником у ділянці програмування, праці якого виконані на високому рівні математичної строгості і який досліджує філософські проблеми математики, зокрема питання, що нас цікавить. Йдеться про Е.Дейкстра.

Аналізуючи математичний метод, він вказує на таке:

- 1) доведення, що застосовуються у математиці, характеризуються надзвичайною точністю порівняно з іншими ділянками інтелектуальної діяльності;
- 2) математичні твердження відрізняються загальністю в тому розумінні, що вони застосовні до великих (часто безконечних) класів подій;
- 3) математика передбачає використання методів міркувань, які забезпечують вироблення такого роду тверджень з винятково високим рівнем достовірності.

У поєднанні цих трьох переваг і полягає сила математичного методу. З іншого боку, якщо ці властивості характерні значною мірою для якоїсь інтелектуальної діяльності, я з повним правом можу назвати її «діяльністю математичного характеру». Далі Дейкстра показує, що роботі програміста властиві перелічені вище властивості.

Програміст створює алгоритми, призначені для «механічної» реалізації, а також для управління існуючою чи потенційно можливою обчислювальною технікою. Без дотримання вимог точності і пунктуальності «він не зможе працювати».

Робота програміста завжди відрізняється «загальністю» в тому сенсі, що кожна програма застосовна для виконання стількох «різних» обчислень, скільки ми зможемо запропонувати їй, задаючи різні вихідні дані. Отже,



робота програміста відповідає і другій умові. Однак сьогодні в середньому рівень достовірності, досягнутий у програмуванні як професійній діяльності, ще далекий від бажаного. Спочатку метод програмування полягав у тому, щоб написати програму, а потім пропустити її через кілька тестових задач з відомими відповідями; якщо тестові прогони програми приводили до отримання правильних результатів, це вважалося достатнім доказом правильності програми. Тестування програм дозволяє дуже переконливо доводити наявність помилок, але в жодному разі не їх відсутність, оскільки кількість випадків, які можна практично вивчити, є такою, що нею можна знехтувати порівняно з можливою кількістю варіантів. Єдиний вихід полягає у доведенні правильності програми. Виникає питання: «В якій формі можна отримати подібний доказ правильності?» Доказ не можна «будувати на піску», необхідні аксіоми, в даному разі – аксіоматичне визначення семантики тієї мови програмування, якою написана програма. Лише після певної кількості спроб був отриманий метод семантичного опису, який міг би практично слугувати як відправний пункт при доведенні правильності програм. Однак отримані докази виявилися такими довгими, заплутаними і незграбними, що виглядали непереконливими. Їх вдалося вдосконалити тоді, коли з'явилась можливість паралельного проведення доведення правильності і синтезу програм: обравши структуру доведення правильності програми, програміст синтезує таку програму, до якої це доведення застосовне. Та обставина, що турбота про правильність програми грає роль стимулюючого евристичного критерію, є додатковою перевагою цього методу [14, 34-37].

**Ф.** Наведені доводи виглядають доволі переконливими в тому плані, що математичний метод у його класичному розумінні не виключає, а включає і методи програмування, зокрема алгоритмічний метод. Звідси слідує, що в поняття «математичний метод», крім виділених раніше компонентів (аксіоматичний, логічний), належить включити ще й алгоритмічний аспект. Незрозуміло лише, якою є його роль у математичному пізнанні загалом, у процесі побудови теоретичної системи знань у математиці.

**М.** Алгоритмічне утворення правильно побудованих формул, по-перше, і алгоритмічне розгортання довільних тверджень з аксіом у межах формальної аксіоматичної системи, по-друге. Це, мабуть, головне. *Алгоритмічно здійснюваний процес побудови формальної системи* на сучасному етапі розвитку математики постає як своєрідний перетин прогресуючих тенденцій до формалізації, символізації, аксіоматизації і алгоритмізації знань, і в цьому сенсі він являє собою найабстрактнішу, найбільш «чисту»

форму виразу математичного методу, стосовно якої інші різновиди математичного методу постають як різні ступені наближення.

**Ф.** Отже, вираз «математичний метод» навіть в одному з його аспектів, а саме як спосіб побудови системи математичних знань, виявляється багатокomпонентним. Він містить вимоги аксіоматичної побудови, формально-логічний апарат, алгоритмічність і, мабуть, ряд інших складових. Застосовність кожного з цих компонентів, як і їх системи, не обмежується ділянкою математичних знань. З іншого боку, метод математики на зводиться до способу побудови теоретичної систем знань. Вихідне недиференційоване уявлення про математичний чи аксіоматичний метод виявилось дещо ускладненим, внутрішньо полісистемним, і тому неясно, що саме в математичному методі повинно бути взяте як предмет критичного аналізу і наступного вдосконалювання.

**М.** Вочевидь, вираз «математичний метод» дійсно є не зовсім вдалим в тому плані, що він обмежує певною науковою галуззю (математикою) ті пізнавальні засоби, які можуть використовуватися більш широко. З іншого боку, він асоціюється з прийомами і засобами пізнання, що безпосередньо не використовуються при побудові теоретичних систем знань у математиці. Маючи на увазі саме таку побудову, точніше буде замість поняття «математичний метод» використати поняття «аксіоматичний метод».

Незважаючи на ієрархію логічних типів аксіоматичної побудови (змістовна, напівформальна, формальна системи) і розмаїття конкретних форм їх реалізації («Начала» Евкліда і «Начала» Ньютона – це форми реалізації змістовної системи), ця побудова характеризується рядом принципів, властивих кожному типу в кожній формі. Так, аксіоматика в усіх її різновидах повинна відповідати принципам *несуперечливості*, *незалежності* і *повноти*. Еволюція формально-логічного чи алгоритмічного компонентів аксіоматичного методу, розширення сфери їх застосовності не заперечують його провідної ролі в побудові теоретичної системи знань у математиці. Тому саме цей метод, представлений у вигляді *абстрактної аксіоматичної системи*, що реалізує його найбільш істотні принципи і розглядається з боку її структури і функцій, може ставати основним предметом подальшого аналізу і у формулюванні поставленої проблеми виступати еквівалентом поняття «математичний метод».

**Ф.** Яким, на Ваш погляд, є ідеал методу побудови теоретичної системи математичних знань?

**М.** У математиці метод повинен забезпечувати якомога більший ступінь ясності і достовірності. «З цієї точки зору ідеальним був би такий метод розгляду, який дозволив би з'ясувати смисл кожного виразу, що зу-

стрічається в цій науці, і обґрунтувати кожне з її тверджень. Легко побачити, що цей ідеал ніколи не може бути здійснений. Справді, намагаючись з'ясувати смисл будь-якого виразу, ми за необхідністю користуємось іншими виразами, а пояснюючи, своєю чергою, смисл цих виразів, ми, не впадаючи в порочне коло, вимушені знову звернутися до нових виразів і т. ін. Таким чином, перед нами початок процесу, який ніколи не може дійти кінця, процесу, який, фігурально висловлюючись, може бути охарактеризований як безконечний регрес... Абсолютно аналогічне становище виникає і тоді, коли йдеться про обґрунтування наукових тверджень, адже, встановлюючи вірність того чи іншого положення, необхідно повернутися назад – до інших положень, а це (якщо уникати порочного кола) поведе знову таки до безконечного регресу.

Шляхом компромісу між цим недосяжним ідеалом і здійснюваними можливостями» [42, 163-164] було обрано наступний шлях побудови теоретичної системи. Виділяють деяку групу вихідних понять, смисл яких покладається ясним. Всі інші поняття повинні бути визначені за заданими правилами. Аналогічно чинять з твердженнями даної наукової ділянки. Найпростіші з них приймаються як первинні твердження, чи аксіоми, всі решта доводяться логічно.

Аксіоматичний метод «справедливо розглядається як найдосконаліший з усіх методів, яким користуються при побудові наук. Він значною мірою позбавляє можливих невизначностей і помилок без звернення до безконечного регресу; завдяки цьому методу значно скорочуються будь-які приводи до сумнівів стосовно змісту понять чи істинності тверджень даної теорії і лишаються, у найгіршому випадку, лише стосовно небагатьох первинних термінів і аксіом» [42, 181].

Ф. Думка про те, що аксіоматичний метод є ідеальним способом побудови системи достовірного знання, неодноразово висловлювалась у минулому не лише математиками і природодослідниками, але й філософами. Скажімо, Спіноза стверджував, що «за одностайною думкою всіх, хто стосовно своїх знань хоче стояти вище за натовп, математичний метод... є найкращий і найнадійніший шлях для віднайдення і повідомлення істини» [41, 175].

Проте в історії пізнання, особливо починаючи з німецької класичної філософії, все частіше дається і різко негативна оцінка аксіоматичного методу. Так, Гегель писав: «Нехай це прозвучить дещо хвалькувато чи революційно..., все ж не можна забувати, що науковий апарат, яким забезпечує математика... вже в найбільш загальноприйнятому сенсі по меншій мірі застарів. Хоча його непридатність і не виявляється виразно, все ж їм

більше не користуються чи користуються мало, і якщо його як такий і не засуджують, то все ж його не люблять» [11, 25].

**М.** Гегель явно недооцінював аксіоматичний метод. Мені не відома його аргументація, але достатньо ознайомитися з реальним процесом еволюції аксіоматичного методу як у математиці, так і за її межами, щоб переконатися, що цей метод зовсім не застарів, що ним користуються все більш широко і ефективно.

**Ф.** Так, але критичні зауваження на адресу аксіоматичного методу висловлювалися і математиками.

**М.** Вони висловлювалися не стільки на адресу самого методу і принципів, що його складають, скільки на адресу конкретної форми його реалізації, тієї чи іншої аксіоматичної системи, наприклад, «Начал» Евкліда, «Начал» Ньютона та ін.

**Ф.** Виходить, що аксіоматичний метод як певна система принципів лишається незмінним і володіє найвищим ступенем досконалості, а конкретні форми його реалізації мають недоліки? Чим же тоді вони зумовлені – суб'єктивними факторами, нестачею матеріалу чи чимось ще?

**М.** У процесі еволюції аксіоматичного методу змінювалися як форми його реалізації, так і зміст його принципів, хоч динаміка його змін істотно різна. Критичні зауваження меншою мірою стосуються принципів, ніж реалізації, окрім того, вони зачіпають принципи на початковій стадії розвитку методу.

**Ф.** Всі типи аксіоматичних систем Ви подаєте як продукт єдиного аксіоматичного методу. Метод є усвідомленим способом діяльності, і якщо аксіоматичний метод оголошується ідеалом ясності і достовірності викладу знань, то він має забезпечувати усвідомлене відтворення хоча б того, що вже зроблено.

**М.** Будь ласка, ознайомтеся з будь-якою реалізацією аксіоматичного методу, і Ви відтворите в такий спосіб те, що вже зробив творець цієї системи. Після того, як Евклід написав свої «Начала», їх вивчали протягом тисячоліть багато людей, і, за винятком окремих випадків, вони одностайні у визнанні того, що це система істинного знання.

**Ф.** Давайте проведемо такий експеримент. Я випишу на окремі картки формулювання всіх визначень, постулатів, аксіом і доказових пропозицій (лише формулювання) «Начал» Евкліда і змішаю їх. Припустимо, я забув, що записано на даній картці: визначення, постулат, аксіома чи формулювання теореми. Я задаюся метою відтворити текст «Начал», тобто знову виділити визначення, постулати, аксіоми, теореми, максимально наближено

до того, як це зроблено в Евкліда. Ви, знаючи вимоги аксіоматичного методу, будете спрямовувати мене в цій роботі.

**М.** У чому сенс такого експерименту?

**Ф.** Якщо аксіоматична побудова насправді є методом, що забезпечує максимальну ясність і достовірність того, що викладається, то вона має включати критерії диференціації елементів системи, порядку їх розташування і т. ін.

**М.** Мені не доводилося раніше проводити подібного роду експерименти, але давайте спробуємо.

**Ф.** Як вже зазначалося, структура «Начал» Евкліда така. Відкриваються вони групою визначень, причому останні чітко відділені від наступних постулатів. Після постулатів формулюються аксіоми, згодом йдуть доказові висловлювання, згруповані в окремі книги. Серед наявних в мене карток я повинен знайти насамперед ті, на яких виписані вихідні визначення, що передують і постулатам, і аксіомам. Як це зробити?

**М.** Текст «Начал» в авторській редакції не дійшов до нас. Він відновлений внаслідок довгої і копіткої праці і, на думку спеціалістів, мало чим відрізняється від оригіналу. Звернувшись до нього, можна ознайомитися з тим, як був реалізований задум Евкліда, але, на жаль, ані в самих «Началах», ані в інших роботах «Евкліда» нічого не говориться про те, яких принципів він дотримувався. Їх доводиться реконструювати шляхом аналізу тексту «Начал».

**Ф.** Нас цікавить не стільки відновлення того розуміння аксіоматичного методу, якого дотримувався Евклід, скільки процес свідомої побудови змістовної аксіоматичної системи, окремим випадком якої є «Начала». Ви можете спиратися на всі найновіші дослідження природи аксіоматичного методу, важливо виповнити наш задум.

Отже, знайдемо вихідні визначення «Начал».

**М.** Вихідні визначення – це один з видів визначень. Адже в Евкліда є визначення, вміщені на початку книг II-VII X, XI і названі похідними. Щоб відділити визначення (як вихідні, так і похідні) від інших елементів аксіоматичної системи (постулатів, аксіом, доказових висловів), напевно, слід мати уявлення про визначення як таке.

Кожне визначення є угодою про застосування певного терміна чи позначення відповідного об'єкта. Існують два типи визначень: конструктивні, чи прямі, і деструктивні (описові), чи непрямі. Пряме, чи конструктивне, визначення дає точний опис відповідного об'єкта. Дескриптивні, чи описові, визначення задають той чи інший об'єкт перерахунком потрібних властивостей [47, II]. Поняття конструктивного і дескриптивного визначень

навряд чи припускають строгий опис. Можна відзначити, що визначення, як правило, здійснюється через «рід і видову ознаку». Керуючись викладеними вище міркуваннями, давайте спробуємо, перебираючи картки, відділити визначення від постулатів, аксіом, теорій.

**Ф.** Способом визначення через рід і видову ознаку поняття об'єднують у послідовність, де кожне наступне поняття є конкретнішим за попереднє. Починатися така послідовність повинна з гранично загальних базових понять. Що можна сказати про їх визначення?

**М.** Базові поняття «Начал» (точка, лінія, поверхня і т. ін.) Евклід також нібито визначає: точкою є те, що не має частин, лінія – довжина без ширини, але ці «визначення» являють собою найслабшу ланку в його системі. Вони логічно бездіяльні і загалом зайві. У напівформальній аксіоматичній системі вони просто випущені.

**Ф.** Чи покращує становище перехід до напівформальної системи – це ще треба дослідити. Поки можна констатувати, що у початковому пункті розгортання змістової аксіоматичної системи, а саме при введенні базових понять, ми не маємо тієї максимальної ясності і достовірності, яку нібито забезпечує аксіоматичний метод. Ці поняття просто *покладаються*. Якщо ж здійснюється спроба дати їм визначення, то самі прибічники змістовної аксіоматичної системи вважають таку спробу неефективною або загалом марною.

**М.** У процесі викладання математики, особливо на початкових етапах, базові поняття роз'яснюються, ілюструються конкретними емпіричними ситуаціями. Однак все це слід лишити обабіч, коли ми приступаємо до аксіоматичної побудови. Базові поняття слід ввести в усій їх загальності, не торкаючись тих часткових властивостей, які пов'язані зі специфікою тієї чи іншої ілюстрації. Строго логічно, тобто родо-видовим способом, такі поняття принципово неможливо визначити, а будь-якого роду пояснення, приклади і т. ін. є чужими самій природі аксіоматичної системи.

**Ф.** Йдеться не про необхідність якихось ілюстрацій, прикладів тощо, а про те, що проблема обґрунтування базових понять позитивно не вирішується в межах аксіоматичної системи. Ви уявляєте їх обґрунтування як деяку одноактну дію, що відбувається на самому початку побудови системи шляхом вибору, але не враховуєте, що таке обґрунтування може і повинне супроводжувати весь процес розгортання змісту системи. Однак детальніше ми обговоримо це питання пізніше. Тепер звернемося до аналізу тих вихідних визначень «Начал» Евкліда, які введені на основі базових понять.

Всього вихідних визначень в Евкліда 23. Але чому їх саме стільки, а не більше чи менше, як і не зрозумів.

**М.** Напевно, їх стільки, скільки необхідно, щоб розкрити зміст понять, включених у формулювання і в першу книгу «Начал», адже після постулатів та аксіом безпосередньо перед викладом першої книги Евклід визначень не наводить, а ось деяким іншим книгам передують визначення.

**Ф.** В такому разі аморфним стає саме поняття «вихідні визначення».

**М.** Його можна уточнити, приймаючи вихідними ті визначення, які розкривають зміст понять, що входять у формулювання постулатів та аксіом.

**Ф.** На основі такої ознаки вихідними слід визнати перші 16 визначень «Начал», з них п'ять – визначення точки (визн. 1), лінії (визн. 2), поверхні (визн. 5), межі (визн. 13), фігури (визн. 14) – є базовими. Розглянемо ті вихідні визначення, які не є базовими, зокрема таке: кінці лінії – точки (визн. 3). Воно спирається на базові поняття точки і лінії і вводить до розгляду власне математичний предмет – лінію, обмежену точками. Здавалося б, тут і почнуть виявляти себе такі широко відомі ясність і строгість математичного викладу.

**М.** Невже введене цим визначенням уявлення про лінію, обмежену двома точками, викликає якусь неясність?

**Ф.** Неясності не викликає й те, що між двома точками можна провести пряму. Однак чогось останнє положення формулюється у вигляді спеціального постулату і слідує після того, як наведені визначення більш складних понять – «паралельні лінії», «багатогранні фігури» і т. ін. Мені незрозуміло, чому наводяться одні положення та ігноруються інші, хоч вони необхідні для більш повного розуміння, чим обумовлений саме такий порядок розташування, а не якийсь інший. Зокрема, чим можна пояснити введення уявлення про лінію, обмежену двома точками, до того, як постулюється можливість проведення (існування) часткового випадку такої лінії, а саме відрізка прямої?

**М.** Одне з пояснень полягає в тому, що довільна лінія являє собою занадто невизначений предмет, який у наступному викладі конструктивно не використовується. Справу доведеться мати переважно з частковим випадком такої лінії – **відрізком**. Стосовно останнього не лише прийнято давати дескриптивне визначення, але й постулювати можливість його побудови: від однієї точки до будь-якої іншої можна провести пряму лінію (постулат 1). Про важливість розглянутого предмету (відрізка) свідчить і той факт, що з ним безпосередньо пов'язаний і такий постулат: обмежену пряму можна безперервно продовжувати по прямій.

**Ф.** Нехай значущість відрізка прямої як своєїрідної «цеглинки», з якої будуватимуться більш складні предмети (кути, багатокутники та інші),

змусила звернути на нього особливу увагу і навіть такі тривіальні речі, як можливість провести його між двома точками і перетворити на необмежену пряму, виразно сформулювати у вигляді постулатів. Спробуйте бути послідовним і задайте явно не менш важливе положення: умову рівності відрізків.

**М.** Рівними Евклід вважав суміщені відрізки. Визначення рівності через суміщення сформульоване в загальному вигляді як аксіома 7: суміщені одне з одним рівні між собою [34, 15].

**Ф.** Ваша відповідь непереконлива. Стосовно умови рівності відрізків Ви відсилаєте до аксіоми, а ось умова рівності між собою всіх прямих кутів, яка також встановлюється суміщенням, формулюється додатково у вигляді окремого постулату: всі прямі кути рівні між собою.

**М.** Хоча рівність і відрізків, і кутів встановлюється суміщенням, ситуації тут неоднакові. У множині відрізків обрана навмання пара може бути рівною чи нерівною, а у множині всіх прямих кутів будь-яка пара при суміщенні дає рівність, що й передбачено постулатом.

**Ф.** Чому ж тоді не постулюється рівність двох точок чи всіх радіусів даного кола при суміщенні?

**М.** Рівність точок при суміщенні не має сенсу постулювати через її очевидність, а рівність радіусів одного й того ж кола передбачена у визначенні кола (визн.15).

**Ф.** Погодьтеся, що це не послідовно, не строго і не обґрунтовано, коли в одному випадку умова рівності *випускається*, в іншому входить як частина у *визначення*, в третьому задається як постулат, в четвертому – виступає як окремий випадок *аксіоми*. Знайомлячись із визначеннями, я сподівався, що спочатку буде наведено кілька настільки ясних і недвозначних висловів, що вони не викличуть різночитань. Наступні визначення спиратимуться на попередні і не доведеться порушувати прийнятий Вами порядок обґрунтованого викладу - «забігати наперед» і залучати наступні вислови. При викладі визначень порушується те, що Вами вважається неприпустимим з точки зору обґрунтованості викладу доказових положень. Визначаючи, наприклад, прямий кут, використовують уявлення про пряму, відновлену на іншій прямій (визн. 10, кн.1), а як здійснити таке відновлення, буде показано лише після викладу всієї аксіоматики у вислові 2 книги 1. Можна навести й інші приклади подібного роду.

**М.** Строгість вирішення питання про те, чи є даний вислів визначенням, постулатом, аксіомою чи теоремою, може бути підвищена, якщо врахувати функціональне призначення перерахованих компонентів аксіоматичної системи. Визначення вводять вихідне уявлення про деякий предмет,



констатують, з яких предметів він складається, які властивості йому належать. Постулати задають елементарні дії (в Евкліда – це найпростіші геометричні побудови), завдяки яким вказані у визначеннях предмети пунктуально, обґрунтовано відтворюються, стають конструктивно заданими предметами. Нарешті, в аксіомах вказані у загальній формі властивості відношень «рівно», «більше», «менше», а ці відношення мають фундаментальне значення для математичних предметів.

**Ф.** По-перше, таке тлумачення складових частин аксіоматики доволі наближено узгоджується з тим, що є в Евкліда. Четвертий постулат про рівність прямих кутів не задає жодної геометричної побудови. Так само, як дев'ята аксіома (дві прямі не містять простору) нічого не говорить про відношення рівності і нерівності. Серед визначень є і формулювання умов рівності, які причетні до аксіом, і твердження про геометричні побудови, що споріднює визначення з постулатами. Загалом вказування на окремі специфічні функції визначень, постулатів, аксіом – це всього лише штрих, який уточнює інтуїтивне розуміння їх природи, але не робить його достатньо строгим, не пояснює необхідності, закономірного характеру виділення визначень, постулатів, аксіом. Як відзначав у свій час ще Гегель, побудова аксіоматичної системи починається з того, що «приймаються дані визначення і відношення та ігноруються інші, причому безпосередньо неможливо усвідомити, через яку необхідність це діється. Цим рухом керує якась зовнішня мета» [11, 23].

**М.** Мабуть, ми доволі часу приділили вихідним визначенням. Як я вже говорив, це – найслабша ланка змістовної аксіоматичної системи, яка зазнала радикальних змін у процесі розвитку аксіоматичного методу. Більш строгими, на мою думку, є наступні компоненти: постулати і аксіоми.

**Ф.** В такому разі продовжимо початий експеримент і спробуємо з усієї множини тверджень «Начал» виділити саме постулати. Прийемо, що вони визначають найпростіші перетворення вихідних предметів, задають найпростіші, фундаментальні геометричні побудови. Необхідність введення постулатів не викликає сумнівів, оскільки в Евкліда вони входять як складова частина в доведення кожного висловлювання. Однак розумінню постулатів як припустимих побудов задовольняють лише перші три постулати Евкліда: «від будь-якої точки до будь-якої точки можна провести пряму лінію», «обмежену пряму можна безперервно продовжувати по прямій», «з будь-якого центру будь-яким розхилом може бути описане коло». Стосовно четвертого і п'ятого постулатів, то вони не формулюють побудов (операцій над предметами), а вказують на ті властивості, якими повинні володіти вже здійснені побудови: «всі прямі кути рівні між собою» (постулат 4), «і якщо

пряма, що падає на дві прямі, утворює внутрішньо і з однієї сторони кути, менші за дві прямі, то продовжені ці дві прямі необмежено зустрінуться з тієї сторони, де кути менші ніж дві прямі» (постулат 5).

**М.** Це не має принципового значення, адже четвертий і п'ятий постулати можна переформулювати так, що вони стануть однорідними з першими трьома постулатами. Наприклад, п'ятий постулат як твердження про побудову подамо у такій формі: в даній площині через точку, що лежить поза заданою прямою, можна провести лише одну пряму, паралельну даній.

**Ф.** Те, що практично невичерпне розмаїття геометричних побудов вдалося звести до нечисленних найпростіших побудов, зафіксованих у постулатах, без сумніву, є важливим науковим досягненням. Однак через те значення, яке останні набувають як основа всіх наступних побудов, їх обґрунтування не може обмежуватися простою декларацією «припустимо». Між тим у тексті «Начал» у якості обґрунтування постулатів нічого іншого знайти неможливо, а думки коментаторів з цього питання різнорідні.

**М.** При всіх розходженнях коментатори одностайні в тому, що постулати задають операції, здійснювані через посередництво лінійки і циркуля. Лінійка не має вимірювальних поділів, загалом процес вимірювання довжини не має місця. Циркулем припустимо проводити коло з даної точки довільним розхилом, але не можна переносити встановлений радіус з одного центру в інший.

**Ф.** В такому разі виявляється, що постулати мають зовнішнє виправдання у діях *нематематичної* природи і залежно від зміни характеру цих дій змінюється і зміст математичних положень. Припустимо, наприклад, можливість переносити циркулем встановлений радіус з одного центру до іншого, тоді зайвими стають деякі теореми, зокрема висловлювання 2 і 3 книги 1.

Трагування постулатів як побудов за допомогою лінійки і циркуля – це лише один з можливих варіантів їх подання. Можна проведення відрізка мислити як рух точки колом, а проведення кола – як результат обертання відрізка навколо його закріпленого кінця. Таке «кінематичне» подання постулатів багато в чому уявляється навіть більш прийнятним. Однак незалежно від того, яке подання використовувати, воно має нематематичний, зовнішній для аксіоматичної побудови характер.

Подібного роду зовнішнє покладання, *відсутність обґрунтування внутрішньої необхідності* формульованих елементів основи аксіоматичної системи ще виразніше виявляється при заданні аксіом. Мене здивувала та обставина, що всі аксіоми «Начал» Евкліда, за винятком останньої («дві

прямі не містять простору») не торкаються безпосередньо геометричної природи визначень і постулатів. Вони характеризують властивості відношень «дорівнює», «більше», «менше», які можуть мати місце між предметами геометрії, арифметики, алгебри і т. ін. По суті, в аксіомах сформульовані вимоги не стільки власне математичного, скільки логічного характеру. Неясно, чому відсутні визначення понять величини, математичного предмета і т. ін., до яких безпосередньо належать аксіоми. Не обґрунтовується, навіть не роз'яснюється, чому обрані саме ці, а не інші аксіоми, чи можна скоротити їх число і т. ін.

**М.** Аксіоми широко використовуються у подальшому викладі. Без формулювання основних властивостей «дорівнює», «більше», «менше» не можна обійтись, і це виправдовує наявність їх як компонента аксіоматики.

**Ф.** Якщо б вказування на властивості цих відношень було невід'ємною ознакою змістовної аксіоматичної системи, то їх можна було б зустріти не лише в «Началах» Евкліда, але й в інших модифікаціях такої системи, скажімо в «Началах» Ньютона.

**М.** Фактично вони використовуються і в Ньютона, але в його «Началах» йдеться про наявність аксіоматично викладеної системи геометричних знань і у вигляді аксіом формулюються лише ті положення, які найповніше виражають фундаментальні характеристики механіки як специфічної ділянки знань.

**Ф.** Евклід також багато що «має на увазі», в нього далеко не все, що вимагається для виведення, виразно сформульовано. Невдоволеність викликає не стільки відсутність повного переліку необхідних аксіом, скільки «свавілля» в явному заданні одних тверджень й ігноруванні інших.

**М.** Невизначеність у вирішенні питання в тому, які саме твердження повинні бути взяті як вихідні визначення, які як постулати, а які як аксіоми, що задати явно, а що випустити, в «Началах» Евкліда дійсно має місце. Але при всьому цьому виділена аксіоматика протягом довгого часу вважалася досконалою і по суті не піддавалася істотним змінам. В Евкліда не досягнуто ідеальної форми завдання аксіоматики, але виразно виражене прагнення реалізувати три основні принципи строгого аксіоматичного викладу: несуперечності, незалежності і повноти аксіом. Стосовно принципу несуперечності, в аксіоматичній системі не може бути доведене певне твердження і його заперечення. Тривалий досвід розвитку математики, застосування її результатів в інших науках і у практиці підтверджують несуперечність системи Евкліда. Відповідно до принципу незалежності, жодна з аксіом не повинна логічно виводитися з інших. Стосовно переважної більшості постулатів і аксіом «Начал» Евкліда даний принцип викону-

ється. Відповідно до принципу повноти, елементів аксіоматики повинно бути достатньо для редукування всіх похідних положень даної аксіоматики. Повністю цей принцип не виконується, але якщо випустити тривіальні твердження і гранично загальні логічні принципи, то слід визнати, що основна частина фундаментальних тверджень в його аксіоматиці наведена.

**Ф.** Охоче вірю, що в Евкліда було *бажання* якнайповніше реалізувати вказані вище принципи, однак ступінь їх *реалізації* неможливо перевірити в межах змістовної аксіоматичної системи, і в цьому сенсі вони не постають як свідомо застосовані. Це скоріше побажання того, що повинно бути фактично, але немає методу, через посередництво якого доказово розкривалося б те, що при подальшому розвитку система Евкліда (чи інша змістовна аксіоматика) не приведе до суперечності чи що не виявиться залежність тієї чи іншої аксіоми від другої.

**М.** Таким методом слугує перетворення даної змістовної аксіоматичної системи у напівформальну, де розглянуті принципи методично реалізуються і доказово вирішується питання про несуперечність, незалежність і повноту аксіоматики.

**Ф.** Поки можна констатувати, що на рівні змістовної системи без трансформації її у напівформальну принципи несуперечності, незалежності і повноти аксіом не постають як обґрунтовані регулятивні вимоги.

**М.** Вибір змістовної аксіоматики може бути здійснений різними способами, але він не довільний хоча б тому, що далеко не кожен набір тверджень даної теорії може ставати аксіоматикою. В сукупність постулатів і аксіом не можна ввести логічний апарат обґрунтування, адже останній вимагає засновків, ті, своєю чергою, також вимагають засновків і т. ін. У зв'язку з цим при обґрунтуванні істинності постулатів і аксіом доводиться звертатися до позалогічних засобів: ясності, очевидності, простоти і т. ін. Подібного роду звернення викликає деяку невдоволеність, але її не уникнути. Вона неприпустима в сукупності похідних положень, тобто у межах корпусу аксіоматичної системи, для створення якої і задається аксіоматика. Сама по собі аксіоматика поза виведеного з неї корпусу не має самостійного значення.

**Ф.** Припустимо, що всі відхилення від ідеалу ясності і доказовості обумовлені аксіоматикою, і спробуємо набути його в корпусі.

**М.** Якщо під ідеалом мається на увазі суворе виконання чітко сформульованих принципів, то тут він справді досяжний. Система похідних положень явно відділяється від аксіоматики, вона виступає як дещо однорідне в тому сенсі, що кожен її елемент має підпорядковуватися дедуктивному принципу: такий елемент логічно виводиться з аксіоматики чи раніше

доведених висловлювань, причому неприпустимо при цьому посилатися на наступні висловлювання.

**Ф.** Ви акцентуєте увагу на розмежуванні корпусу і аксіоматики, мабуть, для того, щоб її «вади» не поширювалися на корпус.

**М.** І за суттю, і текстуально в усіх модифікаціях змістовної аксіоматичної системи аксіоматика відділена від корпусу. Отже, справа тут не в моєму бажанні. Принципи несуперечності, незалежності і повноти характеризують аксіоматику загалом як щось якісно своєрідне порівняно із системою похідних положень, цілісність і якісна своєрідність якої характеризується дедуктивним принципом.

**Ф.** Підкреслюючи відокремленість аксіоматики від корпусу, Ви мимоволі підкреслюєте протилежний момент – їх залежність одне від одного. Зверніть увагу на взаємозв'язок виділених принципів: хоча принцип несуперечності за своїм найменуванням належить до *аксіом* (принцип несуперечності аксіом), він набуває сенсу лише за наявності системи похідних положень, стверджуючи її існування, і до того ж цілком визначене існування, оскільки вимагає відсутності взаємовиключних тверджень. Принцип незалежності свідчить про те, що між елементами *аксіоматики* немає дедуктивних зв'язків, які є обов'язковими у системі похідних положень. Тут, на мій погляд, особливо виразно виявляється відокремленість аксіоматики, але дедуктивні зв'язки потім накладаються саме на аксіоматику, яка від них «очищена». Принцип повноти, як і принцип несуперечності, визначаючи аксіоматику, водночас постає і характеристикою системи похідних положень. В деякому сенсі аксіоматика це щось похідне від даної системи, адже система диктує вимогу, щоб кожен її елемент дедукувався з аксіоматики, а це можливо лише в тому випадку, якщо аксіоматика буде повною. Принципи несуперечності, незалежності і повноти розкривають свій зміст лише у взаємозв'язку з принципом дедукції, а останній подається Вами як дещо таке, що відокремлює систему похідних положень від аксіоматики.

**М.** Зв'язки між аксіоматикою і системою похідних положень наявні, і тим не менше аксіоматика є аксіоматикою, а доказові положення є доказовими положеннями. В усіх видах і типах аксіоматичних систем аксіоматика відокремлюється від системи похідних положень, і ця відокремленість стає більш чіткою, більш строго обґрунтованою при переході від одного типу аксіоматичної системи до другого.

**Ф.** Взаємозв'язок аксіоматики і корпусу був відзначений для того, щоб не впасти в ілюзію, наче ми позбавляємось властивих аксіоматиці обмежень, коли переходимо до корпусу. Наступний аналіз матиме своїм основним завданням дослідження корпусу як відносно самостійного компонента

стосовно аксіоматики, але про «ідеальність» корпусу може йтися лише в тому плані, що в ньому поглиблюються ті обмеженості, які властиві аксіоматиці, і не з'являються нові.

**М.** Давайте від припущень перейдемо до фактів. «Начала» Евкліда, наприклад, коли вони були піддані критичному аналізу, видозмінювалися і вдосконалювалися переважно в аксіоматиці. Що ж стосується корпусу, то він виявляється настільки міцним, що важко поміняти місцями навіть пару висловлювань, що належать до нього. Приблизно те ж саме можна сказати про «Начала» Ньютона, «Основи геометрії» Гілберта і деякі інші аксіоматичні системи.

**Ф.** Так, корпус безумовно «міцніший» за аксіоматику і менше піддається критиці. Але чим це забезпечується? Загальновідомо, що висловлювання в корпусі пов'язані дедукцією. Якщо б дедукування кожного висловлювання в принципі здійснювалося лише одним способом, то місце даного висловлювання (теореми) однозначно визначалося б послідовністю теорем. Але одна й та ж теорема може доводитися різними способами, отже її місце виявляється змінним, важливо лише, щоб вона не передувала тим положенням, які виступають засновками при її доведенні, а слідувала за ними. Іншими словами, саме по собі виконання вимог коректної дедукції припускає широкий спектр в різний спосіб впорядкованих послідовностей теорем, і якщо в тій чи іншій системі реалізується цілком визначена послідовність, то її вибір продиктований якимись додатковими міркуваннями, що не суперечать дедуктивному принципу.

**М.** Які ж це міркування?

**Ф.** Я вагаюся поки їх чітко сформулювати. Давайте разом спробуємо це зробити.

Звертає увагу на себе той факт, що в «Началах» Евкліда і в «Началах» Ньютона послідовність доказових положень розбита на окремі книги. Так, в Евкліда 465 висловлювань розбиті на 13 книг. Чим продиктоване таке розбиття?

**М.** Воно може бути пояснене рядом факторів, зокрема зручністю охоплення доволі об'ємного матеріалу.

**Ф.** В такому разі найприроднішим є рівномірне розбиття. Між тим рівномірність тут не має місця: книга перша містить 48 висловлювань, а друга – 14, книга дев'ята – 36, а десята – 115 і т. ін.

**М.** Якщо конкретніше розглядати зміст окремих книг, то в більшості з них висловлювання згруповані так, що належать до однорідної сукупності предметів чи навіть до одного предмету і утворюють відносно самостійні теорії.

**Ф.** Принцип, відповідно до якого у межах певної системи висловлювань останні об'єднуються за спільністю об'єкта в окрему теорію, будемо називати принципом *предметної* локалізації.

**М.** Цю підставу виділення окремих книг справді має сенс назвати *принципом*. В тому, що вона свідомо реалізується в «Началах», неважко переконатися при аналізі змісту більшості книг системи Евкліда [20, 125-126].

**Ф.** Скажіть, принцип предметної локалізації реалізований Евклідом вперше чи він отримав втілення у вигляді сукупності окремих теорій до нього?

**М.** Історичні джерела свідчать, що до Евкліда, приблизно в V ст. до н.е. Гіппократом Хінським були складені «Начала геометрії», відповідні першим чотирьом книгам Евклідових «Начал». Книги V і XII належать Евдоксу. Арифметичні книги VII-IX ще древнішого походження. Основна частина X і частина XIII книг написані Теететом [8].

**Ф.** Можливо, Евклід просто скористався тим угрупованням висловлювань в теорії, яке склалося до нього, і предметна локалізація зовсім не є принципом «Начал»?

**М.** При включенні в «Начала» всі ці теорії піддалися переробці, в іншому разі твір Евкліда не мав би характеру єдиної, стрункої системи, а виглядав би як компіляція праць різних авторів. Між тим в існуванні одноосібного автора «Начал» навряд чи має сенс сумніватися.

**Ф.** Коли Ви говорили про те, що система похідних положень Евклідових «Начал» однорідна з точки зору принципу дедукції, в мене склалось враження, що Евклід у якості вихідного матеріалу мав доведення окремих висловлювань, і його завдання полягало в тому, щоб відповідно до принципу дедукції розташувати їх у послідовність. Тепер виявляється, що ці доведення були об'єднані у набір відносно самостійних теорій, і основне завдання полягало в синтезі їх у єдину систему теорій, чи в монотеорію.

**М.** Термін «монотеорія» для мене новий, тут потрібні уточнення.

**Ф.** Під монотеорією мається на увазі система теорій, зведена на ґрунті єдиного начала (типа аксіоматики Евкліда), з якого, керуючись однаковими принципами (скажімо, принципом дедукції), у вигляді послідовності викладаються теорії, що входять до цієї системи, а в межах кожної теорії – положення, що її складають.

**М.** В такому разі «Начала» Евкліда – це не лише монотеорія, але й дещо більш складне. Вже до Евкліда теорії були об'єднані у розділи. Ці ж розділи містяться в «Началах» Евкліда (планіметричний – книги I- VI, арифметичний – книги VII-IX, стереометричний – книги XI-XIII.

**Ф.** Вимогу, відповідно до якої відбувається подібного роду об'єднання книг у розділи, назвемо *принципом предметного синтезу*. Як і у випадку з принципом предметної локалізації, слід переконатися, що предметний синтез здійснюється свідомо, а не запозичений стихійно.

**М.** Евклід вимушений був критично переосмислити зміст розділів хоча б тому, що він змінив їх відносну значущість. У піфагорійців, в Академії Платона, в часи Арістотеля базове положення посідав арифметичний розділ, в Евкліда його місце відводиться планіметрії. Остання безпосередньо примикає до аксіоматики і, отже, в новій (геометричній) формі включає ті найелементарніші теореми і проблеми, які містилися і в попередній планіметрії, і в арифметиці, і в стереометрії.

Вимоги, відповідно до яких розділи розташовуються у цій послідовності, становлять зміст ще одного принципу – предметної спрямованості.

**Ф.** Можна припустити, що зміна змісту розділів і порядку їх розташування привела також до зміни порядку розташування теорій у межах розділів.

**М.** Так воно і є. Вимоги, згідно з якими теорії розташовуються у визначеному порядку в межах розділів, становлять зміст принципу предметної впорядкованості. Підтвердження того, що ці вимоги свідомо виконувалися Евклідом, виявляються у кожному розділі. Так, у доевклідовій арифметиці вченню про парне і непарне відводилося перше місце, а в арифметичному розділі «Начал» воно відіграє допоміжну роль і розташоване в кінці арифметичних книг.

**Ф.** Тепер ми можемо конкретніше пояснити, чому корпусу змістовної аксіоматичної системи, зокрема «Началам» Евкліда, властива «міцність», жорстко детерміноване розташування його елементів.

Нехай ми маємо в наявності всі висловлювання «Начал», але вони не представлені у вигляді впорядкованої послідовності. Аналізуючи доведення кожного з висловлювань, виділимо засновки і розташуємо їх перед теоремою, що доводиться. Засновок сам може бути теоремою, тоді з ним будемо чинити так само, як і з першою теоремою. В результаті отримаємо послідовність положень, в межах якої реалізується дедуктивний принцип. Додатково до дедуктивного принципу, не порушуючи його, необхідно ще так розташувати висловлювання в ряд, щоб окремі «відрізки» цього ряду утворювали відносно самостійні теорії, - тим самим ми реалізуємо принцип предметної локалізації. Згодом належить реалізувати принципи предметного синтезу, предметної впорядкованості, принцип спрямованості. Додавання кожного нового принципу все більш жорстко фіксує місце знаходження кожного висловлювання, що і надає всій системі «міцності».



Отже, ця характеристика корпусу аксіоматичної системи забезпечується не стільки дедуктивним принципом самим по собі, скільки доповненням його рядом інших принципів, не залежних від аксіоматичної побудови.

**М.** Мені здається, ми відхилились від основного питання дослідження – ступеня обґрунтованості похідних положень аксіоматичної системи – і зайнялися дещо іншим питанням – ступенем однозначності місця перебування кожного з них в межах даної системи. Без сумніву, більший ступінь визначеності місця перебування окремого висловлювання в послідовності висловлювань, ступінь детермінованості його попередніми висловлюваннями визначається не лише дедуктивним принципом. Однак усі інші, додаткові принципи мають виразно окреслений змістовний характер і не допускають такого формального вдосконалення, такої формалізації, які досяжні в процесі дедукції. Але підвищення рівня формалізації є провідним напрямом посилення обґрунтованості, доказовості аксіоматичної побудови.

**Ф.** Ви настільки часто посиляєтесь на благодетельність переходу від змістовної до напівформальної, а згодом до формальної аксіоматичної системи, що відчувається нагальна необхідність звернутися до його більш детального дослідження. Уточніть, будь ласка, як саме змінюється доказовість при такому переході?

**М.** Я вже говорив, що у напівформальній аксіоматичній системі відсутні визначення вихідних понять типу точки, прямої, площини і т. ін. Гілберт вказує, що точки, прямі і площини знаходяться в певних відношеннях одне з «конгруентна», «безперервна». Точний опис цих співвідношень дається в аксіомах, які водночас служать і визначенням вихідних понять. Таким чином, усі висловлені Вами критичні зауваження про вихідні визначення змістовної системи знімаються у напівформальній системі.

**Ф.** Раніше Ви говорили, що вихідні визначення, постулати і аксіоми у змістовній системі функціонально різні. Отже, функцію вихідних визначень взяли на себе аксіоми, а визначення просто вилучені?

**М.** У напівформальній системі немає диференціації на постулати і аксіоми, а відповідно, втрачає ґрунт і критика постулатів. У «Началах» Евкліда аксіоми справді мають занадто загальний зміст, який недостатньо відображає специфіку геометричної форми викладу. В Гілберта ця специфіка яскраво виражена. Йому вдалося розчленувати аксіоматику на п'ять частин: аксіоми зв'язку (наприклад, дві точки, що не співпадають, визначають пряму лінію), аксіоми порядку, які в основному розкривають поняття «між» (наприклад, з будь-яких трьох точок на прямій лінії одна і лише одна знаходиться між двома іншими); аксіоми конгруентності, що пояснюють поняття рівності, аксіоми паралельності і безперервності. Гілберт дослідив,

як далеко можна розвивати геометрію, якщо в її основукласти не всю аксіоматику, а ту чи іншу частину. Логічна структура геометрії при цьому виявляється чітко визначеною.

**Ф.** Йдучи шляхом перетворення змістовної аксіоматичної системи на напівформальну, Ви, без сумніву, досягаєте більш високих ступенів абстракції, більш «прозорою» стає формально-логічна, точніше, синтаксична структура математичної теорії, підвищується її доказовість.

Але якою ціною це досягається? При аналізі змістовної аксіоматичної системи був виявлений ряд недоліків у визначенні вихідних понять. Як же вони вилучаються в напівформальній системі? Замість «виліковування» визначень останні «хірургічним» шляхом просто відсічені. Якщо тепер повернутися від напівформальної системи до змістовної інтерпретації, то чи будемо ми мати досконаліші прийоми експліцитного, а не імпліцитного (через аксіоми) визначення вихідних понять? Вочевидь, ні. Аналогічна картина спостерігається і при злитті постулатів і аксіом. Властивістю постулатів виражати своєрідність предметної ділянки (скажімо, геометричної системи) тепер володіють аксіоми, а те, що раніше виражалося аксіомами (відношення «рівно», «більше», «менше»), конкретизовано стосовно певної предметної ділянки. Але слід мати на увазі, що це своєрідна конкретизація, вірніше, більш точний вираз у конкретній геометричній ділянці того, що властиве їй поряд з іншими конкретними ділянками і лише зовні виражено у специфічно геометричній термінології («точка», «пряма», «площина» і т. ін.).

Для чого здійснюється подібного роду узагальнення? Щоб глибше вникнути в конкретний, специфічний зміст перетворюваної змістовної системи? Виявляється, ні. – Скоріше, щоб зробити більш коректним механізм дедукування в цій специфічній галузі. В результаті отримуємо більш строгу логічну форму викладу деякого загального змісту. Але втрачаємо багатство його конкретності, його своєрідності.

**М.** Повернувшись через інтерпретацію напівформальної системи до вихідної змістовної теорії, Ви знову отримаєте втрачене «невизначене багатство», натомість всередині його буде виразно просвічуватися строго визначена доказово викладена основа. Завдяки абстрагуванню від специфічних властивостей даної предметної ділянки Ви отримаєте доказовий загальний зміст, який не треба «передоводити» в інших конкретних галузях, що також виступають інтерпретаціями цієї напівформальної системи.

**Ф.** Аксіоматика напівформальної системи, ставши змінною, інтерпретованою на багатьох різних предметних галузях, водночас стала і однобічною. На неї тепер дивляться як на основу послідовної реалізації дедуктив-

ного принципу. Корпус також змінює свою структуру. Його дедуктивна організація стає чітко вираженою, але розмаїття принципів типу предметної локалізації, предметного синтезу, спрямованості і т. ін. стає неначе зайвим.

**М.** Всі ці принципи мають другорядне значення і в ім'я строгого проведення дедуктивного принципу від них доводиться відволікатися. Натомість з'являється можливість підвищити строгість процесу логічного виведення, який, кінець кінцем, подається як перетворення чітко заданих символічних перетворень і піддається алгоритмізації.

А загалом, час перервати аналіз окремих характеристик аксіоматичного викладу і зробити попередні висновки. У процесі критичного дослідження в аксіоматичній системі виявилось чимало окремих моментів, що потребують вдосконалення, уточнення. Але Ви погодьтеся, що основна тенденція еволюції даної системи – її формалізація, яка поглиблюється при переході від змістовної до напівформальної і згодом до формальної системи, сприяє підвищенню ясності, достовірності викладу.

**Ф.** Формалізація є об'єктивною закономірністю розвитку наукового знання, в цілому вона прогресивна, якщо її не абсолютизувати, не висмикувати із зв'язку з іншими, часом протилежними тенденціями. До яких негативних наслідків веде абсолютизація формалізації, видно на прикладі формалізму – одного з напрямів у філософії і методології математики, критикованого навіть тими дослідниками, які не поділяють діалектико-матеріалістичних принципів, зокрема І.Лакатосом. Він правильно відзначає, що у формалізмі теорії «замінюються формальними системами, доведення – деякими послідовностями добре відомих формул, визначення – «скороченими виразами», які «теоретично не обов'язкові, але натомість типографічно зручні» [26, 5].

У «формалістському небі» математичні теорії «перебувають як серафіми, очищені від усіх плям земної недостовірності» [26, 6]. Але доступ до цього неба закритий для більшості реально існуючих теорій. Правда, «формалісти зазвичай лишають відкритим невеличкий чорний хід для падких ангелів; якщо для якихось «сумішей математики і чогось іншого» виявиться можливим побудувати формальні системи, «які в деякому сенсі включають їх», то вони можуть бути туди допущені. За таких умов Ньютону довелося б чекати чотири століття, поки Пеано, Рассел і Куайн допомогли йому влізти на небо, формалізуювши його обчислення безконечно малих» [26, 130].

Та частина теоретичної математики, яка визнається «правомірною математикою», береться як щось стале, позачасове. У відповідності до формалістського розуміння математики, власне кажучи, історії математики не

існує. Жоден з «творчих» періодів і навряд чи один з «критичних періодів математичних теорій» може отримати визнання.

**М.** Абсолютизувати формалізацію неприпустимо. Вона не є універсальним засобом вдосконалення всіх сторін життя математики, але ми і не розглядали її в такому плані. Вона цікавила нас лише як фактор підсилення доказовості, логічної строгості аксіоматичної побудови. Як Ви її оцінюєте в цьому плані і лише в цьому плані?

**Ф.** Як прогресивний процес, який, на жаль, поки здійснювався в аксіоматичних системах явно *недостатньо* і неглибоко. Так, у змістовній аксіоматичній системі немає строгих формальних правил, які дозволили би методично на основі базових понять будувати визначення похідних понять, а на основі розгорнутого понятійного апарату формулювати постулати і аксіоми. Не з'ясовані можливості і межі формалізації таких правил і критеріїв. Те ж саме можна сказати про поділ корпусу напівформальної системи на «блоки», кожен з яких «виростає» з тієї чи іншої аксіоми чи групи аксіом. Розширення і поглиблення формалізації в цьому напрямі, без сумніву, буде сприяти розвитку математичного методу, дозволить стати останньому більш *конструктивним* в плані наближення до *алгоритмічної форми* вираження.

Констатуючи, що перехід на більш високий рівень формалізації підвищує доказовість, строгість викладу, відзначимо, що дослідники не звертають належної уваги на ступінь розвинутої змісту системи, за якої подібного роду перехід виявляється можливим і необхідним. Іншими словами, поки чітко не сформульоване і не вирішується питання про те, яким умовам має задовольняти ця змістовна система, щоб наявний у ній формалізм міг бути вилучений в «чистому» вигляді і переведений на абстрактніший, загальніший рівень.

Основна увага зосереджується на переході від змістовного до формального, і меншою мірою досліджується зворотний перехід, хоча мається на увазі, що формалізація не є самоціллю, а, в кінцевому рахунку, засобом вдосконалювання змістовної системи. Перехід від формальної системи до змістовної, яка породила першу, здійснений через посередництво інтерпретації, але було би бажано виробити строгі правила «породження» нових інтерпретацій на підставі наявної формальної системи.

**М.** Припустимо, що формалізація буде розширена і поглиблена в усіх вказаних вище напрямках. Граничною формою її вираження в будь-якому із вказаних напрямів виявляється алгоритм, і, таким чином, ми прийшли до того, що ідеалом математичного методу є гранично широко застосовний алгоритмічний підхід.

## ОБГРУНТУВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ

**Ф.** Ідеальний характер аксіоматичного методу пов'язувався з його здатністю забезпечувати ясність і достовірність викладу. Але такий підхід збіднює саме уявлення про ідеальний метод пізнання. Він розриває дійсний рух наукового мислення і подає цей рух як два поетапно здійснювані процеси: спочатку в науці отримують знання, а згодом будують теоретичну систему, яка надає їм «якомога більшого ступеня ясності і достовірності». Спосіб формування наукових положень і спосіб конструювання їх як обґрунтованих теоретичних тверджень виявляються роз'єднаними. Навряд чи можна визнати такий шлях пізнання ідеальним. Ясність і достовірність скоріше слід розглядати як мінімальні вимоги до теоретичної системи, її побудова повинна бути не просто *наданням* знанню цих ознак, а *становленням* знання, яке необхідно володіє ясністю і достовірністю.

**М.** Виходить, Ви праві. Дійовий метод теоретичного пізнання повинен не лише забезпечувати ясність і достовірність, але й володіти здатністю формувати знання. Математичний метод у вигляді аксіоматичної побудови виразно виявляє цю здатність. На підтвердження я можу навести висловлювання найавторитетніших представників вченого світу.

**Ф.** Тверджень про евристичну функцію аксіоматичного методу справді можна зустріти дуже багато. Давайте конкретніше розглянемо, в чому вона виявляється.

**М.** Звернемося до процесу виникнення історично першої аксіоматики в межах тієї чи іншої науки. В історії науки це видатна подія, що знаменує принципово новий етап її розвитку. Так було в історії математики в період створення аксіоматики Евкліда, так було в історії фізики, коли з'явилася аксіоматика Ньютона і т. ін. Вибір сукупності тверджень, які приймаються як аксіоми, визначається, із врахуванням висловлених у попередньому розділі критичних зауважень, основними принципами аксіоматичного методу, і тим самим цей метод виявляє свою евристичність, здатність продукувати нове знання.

**Ф.** Історично перший перехід до аксіоматичної форми викладу знань і в математиці, і у фізиці був стрибком, переходом до якісно нового етапу їх розвитку. Він знаменує завершення емпіричної стадії і початок їх розвитку як теоретичних систем. Але роль основних принципів аксіоматичного методу тут мені уявляється істотно іншою. Чи може аксіоматичний метод

стати усвідомленим способом побудови теоретичної системи до того, як хоч би одна така система була створена?

**М.** Загалом припустимо як позитивну, так і негативну відповідь на поставлене питання. Основні принципи певного методу можуть бути сформульовані логічно, а згодом буде поставлене завдання побудувати у відповідності з цими принципами теоретичну систему в тій чи тій конкретній науці. З іншого боку, такі принципи можуть спочатку формуватися в межах окремої конкретної науки, а потім усвідомлюватися як принципи більш загального методу. Принципи аксіоматичного методу спочатку сприймалися як принципи побудови системи математичних знань, а потім виявилось, що відповідно до них будуються системи природничого знання, теоретичні системи в інших науках. З цієї точки зору «Начала» Евкліда і «Начала» Ньютона нерівнозначні. Перша система справді була історично першою, а друга створювалась за її зразком на іншому (фізичному) матеріалі.

**Ф.** Зроблене Вами уточнення стосовно робіт Евкліда і Ньютона мало стосується суті справи. Хотілося б підкреслити, що не стільки принципи аксіоматичного методу регламентують процес створення історично першої аксіоматичної системи, який здійснюється переважно стихійно, несвідомо, скільки цей процес призводить до їх появи і усвідомлення. Ваша концепція утворення історично першої аксіоматики, якщо я її правильно зрозумів, виглядає так. Є сукупність тверджень, істинність яких встановлена емпірично. Серед них обирають певну групу положень, що приймаються за аксіоми. Оскільки вибір аксіоматики – істотно важливий крок у розвитку науки, а здійснюється він на основі принципів аксіоматичного методу, ці принципи мають евристичне значення.

**М.** Цілком коректне відтворення того, що я хотів сказати. Підтвердженням правильності моєї точки зору є факти з історії науки. Перехід до аксіоматичної системи математичних знань, як відомо, був здійснений у Стародавній Греції в період від Фалеса до Евкліда. Фалес як математик знаменитий перш за все тим, що намагався довести найпростіші теореми, формулювання яких були запозичені з емпіричної математики Вавилону і Єгипту. Його послідовники не лише розширили запас доведених положень, але й вдосконалили саму техніку доведення, все ширше використовуючи абстрактні логічні засоби. Але логіка виведення потребує чітко визначити ті вихідні твердження, які перебувають в основі всієї системи доказових положень. Як основоположні, базові були обрані найпростіші, самоочевидні твердження.

**Ф.** Сумнівно, щоб аксіоми можна було обирати. Вибір передбачає, що аксіоми сформульовані і перебувають разом з іншими положеннями в межах даної науки. Візьмемо для прикладу один з найпростіших постулатів

Евкліда: «обмежену пряму можна безперервно продовжувати по прямій». Чи знайдете Ви його у догрецькій математиці?

**М.** У збережених математичних текстах Сходу він не міститься, але не викликає сумнівів, що ним володіли догрецькі математики.

**Ф.** Питання не в тому, *використовувався* чи ні цей постулат фактично, а в тому, чи був він явно сформульований, щоб його можна було, як Ви стверджуєте, *обрати*?

**М.** Навряд чи. Тоді явно формулювалися значно складніші, більш значущі для практики положення – формули визначення площин, об'ємів, правила обчислення і т. ін.

**Ф.** Що ж змусило грецьких математиків, зокрема Евкліда, чітко сформулювати цей постулат і свідомо покласти його як недоказове твердження?

**М.** Керуючись критерієм простоти і самоочевидності, його прийняли як засновки для доведення теорем.

**Ф.** Формулювання положень, які потребують доведення, як Ви раніше заявили, греки значною мірою запозичили в попередників. Щоб знати, що цей постулат необхідний для доведення, слід останнє мати перед собою, зробити аналіз, свого роду анатомування вже відомих доведень, субординувати їх за ступенем складності, виділити найпростіші теореми, а вже в них знайти положення, що приймаються без доведення. У догрецькій математиці це не могло бути зроблено, адже там не було строгих логічних доведень математичних тверджень. Греки ж зробили, але лише тоді, коли виникла проблема систематизації сукупності доведень.

При аксіоматичному викладі спочатку наводять визначення вихідних понять, постулати і аксіоми, а потім формулюють і доводять теореми за порядком зростання їх складності. Але це не означає, що історично спочатку відкрили і зафіксували вихідні поняття, постулати і аксіоми, а згодом за порядком викладу відкривали теореми. Насправді спочатку знайшли формулювання ряду теорем, їх доводили, спираючись на менш складні теореми, які приймалися як самоочевидні твердження, і лише на доволі високому рівні доказовості у змісті цих засновків віднайшли і свідомо прийняли як недоказові положення типу наведеного вище постулату Евкліда.

**М.** Припустимо, що вираз «вибір аксіом» не цілком вдалий в даному відношенні. Але фактично процедури вибору все одно не уникнути. Процес визначення аксіоматики не є випадковим, його здійснюють, керуючись якимись принципами. Щоб внаслідок вибору аксіоматики і наступного дедукування висновків отримати саме аксіоматичну систему, слід керуватися принципами *саме цієї* системи. Дані принципи, отже, виступають основою вибору аксіоматики.

**Ф.** «...Принципи – не вихідний пункт дослідження, а його кінцевий результат» [1, т.20, 34]. Йдеться про створення історично першої аксіоматичної системи, цьому процесу не передувало задання принципів, які згодом свідомо застосовувалися для формування аксіоматики.

**М.** Що ж в такому разі береться за основу формування аксіоматики? Навряд чи вона утворюється стихійно.

**Ф.** Основа є. Я не заперечую в принципі обґрунтованості історично першої аксіоматики, йдеться про інше. Як вже зазначалося вище, не принципи аксіоматичної побудови стають такою основою і наче породжують аксіоматику, а скоріше навпаки, в процесі утворення аксіоматики відбувається формування відповідних принципів.

Припустимо, що ми маємо набір доведених теорем і, обравши одну з них, виокремлюємо всі твердження, що використовуються при її доведенні. Аналогічно будемо чинити з іншими теоремами і твердженнями, які їх утворюють. В кінцевому підсумку отримаємо сукупність деяких найпростіших тверджень, необхідних для доведення всіх наявних в нас теорем. Найпростішими більшість з них будуть виступати тому, що на даному історичному етапі розвитку вони виглядають самоочевидними, емпірично підтвердженими. Деякі з них можуть бути занадто складними, щоб їх беззастережно прийняли за аксіоми (як, наприклад, п'ятий постулат Евкліда, який вже в його часи не всіма визнавався самоочевидним). Однак, оскільки цей постулат необхідний для доведення багатьох важливих теорем, а довести його як теорему не уявлялося можливим, його прийняли за постулат.

Виділена аксіоматика виступає як основа логічного виведення системи теорем, кожна з яких має безпосереднє або опосередковане практичне підтвердження і не суперечить іншим положенням системи. В цьому сенсі аксіоматика несуперечлива. Принцип несуперечливості, таким чином, з'являється як похідна характеристика логічного аналізу і наступного синтезу сукупності несуперечливих тверджень, як характеристика результату логічного дослідження похідних тверджень. Оскільки жодну з отриманих аксіом не вдається вивести логічним шляхом з інших, реалізується принцип незалежності. Нарешті, той факт, що аксіоматика необхідна для обґрунтування даної системи теорем і достатня для цього, знаходить вираз у принципі повноти аксіом.

**М.** Ми багато уваги приділили розгляду процесу виникнення аксіоматики і дещо відійшли від звичного про нього уявлення. Ви показали, зокрема, що потребує переоцінки евристична роль принципів несуперечності, незалежності і повноти при створенні першої аксіоматичної системи. Разом



з тим Ви визнаєте, що створення аксіоматичної системи – видатне наукове досягнення.

**Ф.** Визначаючи свій ідеал методу теоретичного пізнання, Ви виступили з доволі загальних позицій, але коли мова зайшла про єдність процесів отримання знань і їх обґрунтування в межах аксіоматичної системи, була запропонована конкретна ілюстрація – створення історично першої математичної системи. Аналіз показав, що її створення не є достатньо яскравим прикладом усвідомленої реалізації основних принципів аксіоматичного методу.

**М.** Оскільки процес виникнення аксіоматики Евкліда логічно реконструювати доволі складно, евристична функція аксіоматичного методу може визнаватися, ставитися під сумнів чи відкидатися. Але розглянутим вище ми не вичерпали аналізу евристичних можливостей цього методу в межах змістовної аксіоматичної системи.

Звернемося до аналізу аксіоматичної системи поза межами математики, до створення «Начал» Ньютона. Мабуть, немає необхідності наводити численні висловлювання найвизначніших представників різних часів про історичне значення творчості цього видатного мислителя.

**Ф.** Ім'я Ньютона стає відомим кожному, хто знайомиться з науковим знанням, хоча розуміння того, що він зробив видатного в науці, далеко не однозначне. Одні пов'язують його геніальність з відкриттям закону всесвітнього тяжіння, другі – з визначенням законів механіки, треті – зі створенням диференційного та інтегрального обчислення.

**М.** Мені здається, що більшість його наукових досягнень є моментами головного досягнення – створення системи математичного природознавства. Розробка цієї системи вимагала чітко визначити її базис, роль останнього виконують закони механіки. Щоб отримати і викласти в строго доказовій формі багато положень теоретичного природознавства, необхідний був новий математичний апарат – диференційне та інтегральне обчислення. Нарешті, щоб об'єднати в єдиній системі механіку земних і небесних тіл, довелося об'єднати причини рухів і ввести сили тяжіння. Зразком, ідеалом для створення системи теоретичного природознавства стали «Начала» Евкліда.

**Ф.** У процесі створення «Начал» Ньютона *логічні* характеристики аксіоматичного методу істотно не змінюються. Принципи цього методу виступають як зовнішній зразок, як зовнішня форма, яка переноситься на новий конкретно-історичний матеріал. Ця форма виявилася дуже ємною, такою, що припускає широкий діапазон перетворень вміщеного в ній конкретного матеріалу. Евристична функція аксіоматичного методу в цьому

випадку виражається як потенція, як здатність досягати нового знання. Але сам метод не постає як інструмент, що свідомо використовується при продукуванні нового знання.

**М.** Історія розвитку настільки багата, що здатна задовольнити запити навіть найбільш прискіпливої критики. Створення теоретичної системи математичного природознавства Ви інтерпретували як евристичність у потенції. Як в такому разі Ви оцінюєте створення геометрії Лобачевського? За загальним визнанням, - це – революційна подія в історії розвитку не лише математики, але й усієї науки.

**Ф.** А Ви впевнені, що аксіоматика Лобачевського була сформована за-собами представленого Вами способу побудови теоретичної системи? Іншими словами, чи дозволяє аксіоматичний метод свідомо перейти від аксіоматики Евкліда до аксіоматики Лобачевського?

**М.** Це відкриття було зроблене *математиком*, який досконало володів математичним апаратом, воно належить математиці, і природно вважати, що це плід математичного методу.

**Ф.** Отримання нового знання в будь-якій науці містить використання пізнавальних засобів даної науки. Математичне відкриття не може бути отримане поза математичним методом. Але це ще не означає, що відкриття здійснюється у відповідності з усіма вимогами аксіоматичного методу, а не шляхом заперечення деяких з них. Зверніть увагу на те негативне ставлення, яке спочатку викликала система Лобачевського в середовищі математиків, що критикували її з позицій панівного на той час математичного методу. Їй довелося пройти дуже довгий шлях до визнання.

**М.** Будь-яке нове відкриття викликає спочатку більш чи менш яскраво виражене негативне ставлення в частини спеціалістів. Так що це не підтверджує і не спростовує здатності аксіоматичного методу продукувати нове знання, зокрема нову аксіоматику.

**Ф.** Щоб глибше вникнути в сутність переходу до аксіоматики Лобачевського, доцільно було б провести порівняльний аналіз обох аксіоматик, який без Вашої допомоги я не зроблю.

**М.** Готовий допомогти Вам. Аксіоматика Евкліда і аксіоматика Лобачевського містять ряд спільних елементів, які складають аксіоматику так званої абсолютної геометрії. При переході до системи Лобачевського має місце заперечення однієї з аксіом. Об'єднати в межах однієї аксіоматики постулат Евкліда і постулат Лобачевського неможливо, не порушуючи принципу несуперечності.

**Ф.** Звідси можна зробити висновок, що вихідний пункт переходу (аксіоматика Евкліда) і його результат (аксіоматика Лобачевського) допуска-

ють розгортання, конкретизацію завдяки аксіоматичному методу організації знання, але сам перехід є чимось *суперечливим* стосовно природи цього методу, він не може бути здійснений у межах даної аксіоматичної системи без порушення фундаментальних принципів аксіоматичного методу (зокрема, принципу несуперечності). Перехід до неевклідової геометрії уявляється як підтвердження евристичності аксіоматичного методу, насправді він свідчить про те, що даний метод лише *створює ґрунт* для такого переходу і оформлює його результат, а сам перехід вимагає залучення засобів (типу операції заперечення постулату Евкліда постулатом Лобачевського), некоректних з точки зору аксіоматичного методу.

**М.** Зайнята Вами позиція уявляється мені негативістською стосовно аксіоматичного методу. Виходить так, що я пропоную Вам ті чи інші факти на підтвердження його евристичності, а Ви старанно шукаєте якісь тіньові моменти, що применшують її.

**Ф.** Я не можу прийняти Вашого обвинувачення. В даному випадку я відтворюю ті критичні зауваження, які давно були висловлені в історії філософії, зокрема Гегелем. Він вказував, що істинний метод наукового пізнання повинен не лише забезпечувати доказову форму викладу знань про певний об'єкт (що Гегель називає становленням наявного буття), але і внутрішньо необхідно розгортати зміст об'єкта (за термінологією Гегеля, повинно здійснюватися «становлення субстанції»). «Внутрішнє виникнення чи становлення субстанції є прямим переходом у зовнішнє чи в наявне буття, в буття для іншого, і, навпаки, становлення наявного буття є поверненням до сутності. Рух є подвійним процесом і становленням цілого в тому сенсі, що водночас кожне покладає інше і кожному тому властиве і те і інше як два аспекти; разом вони складають ціле завдяки тому, що вони самі себе розчиняють і перетворюють себе на моменти» [11, 22].

**М.** Ви навели доволі велике висловлювання з роботи Гегеля, але через метафоричність його міркувань воно мало що мені говорить і поки ні в чому не переконує.

**Ф.** Гегелівська манера міркувань часом важко сприймається математичним мисленням, в його міркуваннях багато містичного, абстрактно-спекулятивного. Спробую популярніше викласти раціональний зміст його критики.

Припустимо, що задана аксіоматика змістовної системи і наведене доведення кількох перших її теорем. Виявляється, на цій основі неможливо зробити наступного кроку в побудові системи, тобто отримати формулювання наступної теореми. Її доводиться шукати інтуїтивно, а не спираючись на принципи аксіоматичного методу. В цьому сенсі аксіоматика і

теореми постають як «фіксовані мертві положення. На кожному з них можна перервати виклад: кожне наступне починає для себе спочатку, причому перше не переходить до другого, і між ними таким чином не виникає необхідного зв'язку» [11, 23].

**М.** Якщо висловлюватися точніше, то у змістовній системі не завжди можна отримати формулювання наступної теореми на ґрунті наявної аксіоматики і вже доведених теорем. Сказати «неможливо отримати» буде неправильно.

**Ф.** Є випадки, коли «можна отримати», чи це є *правилом*, і лише в окремих випадках «неможливо отримати»?

**М.** Візьмемо формулювання певної теореми, подане у формі умовного судження. З нього можна логічно отримати формулювання зворотної, протилежної і зворотно протилежної теорем. Якщо вихідна теорема істинна, зворотна протилежній теорема також необхідно буде істинною. В цьому випадку формування теореми є одночасно і її доведенням, тут виявляється єдність процесу одержання і обґрунтування математичних знань.

**Ф.** Наскільки значущим є цей шлях формування математичних знань? Яке місце, скажімо, в системі Евкліда посідають положення, отримані таким шляхом?

**М.** Мені важко навести точні дані, але, можливо, це один з допоміжних прийомів. Однак важливо, в принципі, визнати, що аксіоматичний спосіб розгортання знань синтезує процес їх отримання і обґрунтування.

**Ф.** Утворення на ґрунті даної теореми зворотної, протилежної і зворотно протилежної теорем навряд чи постає в Евкліда свідомо застосованим методом. Адже якби він знав, що зворотна протилежній теорема є істинною, якщо істинна вихідна, то логічно припустити, що він, довівши останню, навів би формулювання першої і послався б на логічний прийом, через посередництво якого вона була отримана, а цього немає в Евкліда.

**М.** Подібний прийом не обов'язковий. Незалежно від того, як отримане формулювання теореми, Евклід обов'язково наводить розгорнуте доведення, здійснюване за єдиною схемою, що містить такі етапи:

1. Формулювання пропозиції.
2. Введення для формулювання даних.
3. Формулювання пропозиції за кресленням.
4. Побудова, що полягає у введенні допоміжних даних.
5. Доведення у власному сенсі.

6. Висновок, який здійснюється спочатку стосовно креслення, а згодом і в загальному вигляді.

Цієї схеми дотримуються пунктуально, якщо навіть деякі її елементи (скажімо, введення креслення) настільки тривіальні, що їх можна було б випустити.

**Ф.** Можна допустити, що, керуючись вимогою однаково доводити кожну теорему, незалежно від способу її формулювання, Евклід вважав недостатнім посилатися на логічний шлях її утворення і проводив доведення відповідно до наведеної вище схеми. Але ж механізм доведення всіх теорем зворотних, протилежних, зворотно протилежних даній стосовно базових теорем повинен був би включити деякі загальні моменти. Чи можете Ви показати, що така загальність має місце?

**М.** Судячи з усього, Ви хочете підвести до висновку, що застосування логічних операцій заперечення і обернення в Евкліда не було усвідомленим. Але немає принципових труднощів, щоб зробити це зараз. Ці операції стають предметом спеціального дослідження [24], і іноді вдається знайти ефективні алгоритми їх здійснення. Звичайно, що при цьому необхідно здійснити формалізацію перетворюваних положень.

Якщо, скажімо, йдеться про операції заперечення, то один зі шляхів її використання полягає у перетворенні аксіоматики напівформальної системи. Через незалежність аксіом кожна з них, в принципі, може бути замінена її запереченням, і, як наслідок цього, ми отримуємо комплекс нових аксіоматик, на основі яких можуть бути побудовані теорії за подібністю до базової теорії, тобто тієї, аксіоми якої перетворюються через заперечення.

**Ф.** Створюється враження, що для Вас утворити нову аксіоматичну теорію на базі вже наявної напівформальної системи – чисто технічний процес.

**М.** Це оманливе враження. Кожен крок цього процесу не так легко здійснити, оскільки у формально-логічному відношенні він поки слабо досліджений. Взяти хоча б етап заміни вихідної аксіоми її запереченням. Історично така заміна вперше була здійснена М.І.Лобачевским у планіметрії Евкліда. В «Началах» Евкліда п'ятий постулат сформульований в такий спосіб: якщо пряма, що падає на дві прямі, утворює внутрішні односторонні кути, менші ніж два прямі кути, то продовжені необмежено, ці дві прямі зустрінуться з тієї сторони, де кути менші, ніж два прямі. В такому формулюванні його важко піддати конструктивному запереченню. Потрібний був тривалий процес дослідження, перше ніж воно було замінене логічно еквівалентним формулюванням: через точку поза прямою, що перебувають в одній площині, можна провести лише одну пряму, паралельну заданій. Щоб прийти до такого «конструктивно заперечного» формулюван-

ня, потрібно було здійснити ряд еквіполентних перетворень, проводити які алгоритмічно в загальному випадку ми до цієї пори не можемо.

**Ф.** Що таке еквіполентне перетворення?

**М.** «Будемо називати еквіполентними дві системи висловлювань даної теорії, якщо кожне висловлювання першої системи може бути виведене з висловлювань другої разом з теоремами попередніх теорій, і навпаки, якщо кожне висловлювання другої системи може бути виведене з висловлювань першої (якщо якісь висловлювання зустрічаються в обох системах, їх, безперечно, і нема потреби виводити)» [42, 179].

**Ф.** Якщо я правильно зрозумів, то при еквіполентному перетворенні ми перебуваємо в межах заданої аксіоматичної системи і можемо змінювати в основному порядок розташування її елементів. При цьому окремі аксіоми втрачають свій статус недоведених положень і стають теоремами, а теореми – аксіомами. Але з якою метою це робиться?

**М.** Та чи інша система аксіом з класу еквіполентних аксіоматик обирається з логічних, практичних, дидактичних і навіть естетичних міркувань: враховуються простота, мінімальна їх кількість, їх необхідність для доведення саме цих положень і т. ін.

У процесі формування геометрії Лобачевського виявилось, що отримане в результаті еквіполентних перетворень формулювання постулату Евкліда (через точку поза прямою можна провести лише одну паралельну даній) особливо зручне для конструктивного здійснення операції заперечення. Заперечення цього постулату у вказаній формі дає твердження «можна провести не менше двох, а в принципі безмежну кількість прямих, паралельних даній» (аксіома Лобачевського) чи «не можна провести прямої, паралельної даній» (аксіома Римана). Важливу роль тут, мабуть, відіграла наявність у формулюванні аксіоми про паралельні чітко визначеного числового параметру («одну пряму»), заперечення якого здійснюється як надання йому граничних значень (нуль і безконечність).

**Ф.** Мимоволі звертає на себе увагу те, що змінився стиль Ваших міркувань. Замість впевненості, яка виразно виявлялась, коли йшлося про доказовість і ясність аксіоматичного викладу, постійно звучить припущеність, невизначеність у трактовці механізму формування нових результатів.

**М.** Справа в тому, що невизначеним є предмет аналізу – змістовна аксіоматична система. Щоб отримати чіткіше уявлення про евристичну функцію аксіоматичного методу, розглянемо, наприклад, формальну систему. Обравши алфавіт і правила утворення, ми зможемо отримати в її межах будь-яку об'ємну множину правильно побудованих формул, які змістовно інтерпретуються як аксіоми і теореми аксіоматичної теорії. У формальній

системі отримати формулювання ще однієї «теореми» на базі наявних аксіом і теорем не становить особливих труднощів. Більше того, виділивши певний набір правильно побудованих формул як аксіом і встановивши правила виводу, ми можемо конструктивно вирішити проблему виведення теорем з аксіом.

**Ф.** У формалізованій системі все настільки просто, що в ній можна відкрити всього «два ряди речей. П о – п е р ш е, можна відкрити розв'язання задач, які машина Тьюринга при відповідній програмі може розв'язати за кінцевий час (як, наприклад, чи буде деяке запропоноване доведення насправді доведенням чи ні?). Жоден математик не зацікавлений в тому, щоб слідувати за цим нудним механічним «методом», прописаним процедурами такого розв'язання. П о – д р у г е, можна знайти вирішення задач на зразок: чи буде теоремою чи ні деяка формула теорії, в якій не встановлена можливість остаточного розв'язання, де можна керуватися лише «методом» некерованої інтуїції і вдачі. Так ось, для живої математики непридатною є ця похмура альтернатива машинного раціоналізму та ірраціонального відгадування наосліп» [26, 9].

**М.** Ви дещо згущаєте фарби, але в принципі правильно, що вибір евристичних ситуацій скорочується у міру поглиблення формалізації і у формальній системі він вужчий, ніж у напівформальній системі, а в останній вужчий, ніж у змістовній. Натомість вирішення «рафінованих» проблем являє собою тісне переплетення процесів їх формування і обґрунтування. Інтуїтивний пошук поступається перед можливістю обґрунтованого, алгоритмічно здійснюваного процесу. Між іншим, це не головне. Вочевидь, має сенс припинити дискусію з окремих питань і підвести попередні підсумки.

Чим критичніше Ви оцінюєте евристичну функцію аксіоматичного методу, тим більше зміцнюється моя впевненість в евристичності аксіоматичного методу. Якщо систематизувати викладені вище форми її виявлення, то накреслюється своєрідна дослідницька програма конструктивного розгортання теоретичної систем знань.

Нехай ми маємо деяку змістовну аксіоматичну теорію. Перш за все слід спробувати розширити її через перетворення кожної теореми на зворотне, протилежне і зворотно протилежне положення. Таке розширення вже нині в ряді випадків здійснене алгоритмічно [24].

Наступний етап – критичний аналіз наявного доведення і виявлення всіх явно і неявно використаних засновків, особливо тих, які виражають специфіку предмету даної теорії. В підсумку отримаємо аксіоматику теорії, в межах якої необхідно розмежувати визначення, постулати і аксіоми. Поки

критерії такого розмежування не визначені, немає принципів перешкод, щоб зробити їх чіткішими.

У межах в такий спосіб сформованої теорії через еквіполентні перетворення бажано так переформулювати теореми, щоб вони містили конкретні числові параметри, подібно до того, як був переформульований п'ятий постулат Евкліда. Надаючи цим параметрам екстремальних значень, отримуємо граничні модифікації вихідної аксіоматики, кожна з яких постає як заперечення вихідної. Спираючись на ці аксіоматики, ми зможемо побудувати нові змістовні теорії. Синтез таких теорій дозволить сформулювати узагальнену теорію, подальша еволюція якої пов'язана з перетворенням її на напівформальну і формальну системи.

**Ф.** Основною тенденцією викладеної програми підвищення евристичності аксіоматичного методу є формалізація. Це, дійсно, важливий фактор інтенсифікації дослідницької діяльності в єдності з процесом обґрунтування знань. Але, вільно чи не вільно, дослідження розуміється при цьому вузько, як процес, що *супроводжує* розгортання аксіоматичних побудов, воно ставиться у *підпорядковане* становище стосовно останніх. Між тим їх співвідношення є протилежним.

**М.** «Провідне», «підпорядковане» – ці терміни в даному разі нічого не говорять по суті. Бажано було б конкретніше представити дослідження, тоді з'явиться можливість точніше визначити його відношення до обґрунтування. **Ф.** В найзагальнішому плані під дослідженням розуміємо процес отримання суспільно нового знання. Він диференціюється на ряд етапів. Початковим є *постановка проблеми*. Аналіз сформульованої проблеми завершується *народженням ідеї*. Остання розгортається у *гіпотезу*, яка обґрунтовується і набуває статусу *достовірного знання*. Формулювання проблеми здійснюється на основі системи суспільно відомого знання. В цю ж систему включається і кінцевий результат дослідження. В підсумку дослідницький процес постає як завершений цикл у тому сенсі, що він засновується і замикається на системі суспільно відомого знання, хоча остання до початку і в кінці дослідження має різний зміст.

**М.** До цих пір під обґрунтуванням я розумів доведення. Яке його місце в наведеній схемі?

**Ф.** Найповніше доведення виявляє себе при переході від гіпотези до достовірного знання. Гіпотеза в такому разі постає як формулювання теореми, сам процес доведення – як перехід, а доведена теорема чи результат доведення – як достовірне знання.

**М.** В цій схемі обґрунтування стає одним з етапів дослідницького циклу, однак сама схема сумнівна. Хіба пошук доведення і його здійснення не



включаються в дослідження, а формулювання проблеми, висування ідеї, розгортання її в гіпотезу проводяться необґрунтовано?

**Ф.** Наведена схема не є, безперечно, єдиною можливою чи вичерпною. Будь-який з виділених в її межах переходів (від системи відомого знання до проблеми, від проблеми до ідеї, від ідеї до гіпотези, від гіпотези до достовірного результату, включення останнього в систему суспільно відомого знання) представляє дослідження. Таким чином, описаний вище дослідницький цикл може бути характеристикою кожної зі своїх складових частин. Це вельми абстрактна понятійна схема для розкриття реального змісту дослідницької діяльності. Вона наведена для того, аби підкреслити, що обґрунтування у вигляді дедукування висновків із засновків не може вважатися всеохоплюючою формою обґрунтування, а тим більше не є процесом, що домінує над основним завданням будь-якого дослідження – отриманням нового знання.

Ви правильно зауважили, що і постановка проблеми, і висування гіпотези повинні бути обґрунтовані, але навряд чи будете наполягати, що тут обґрунтування зводиться до аксіоматичного викладу чи здійснюється алгоритмічно.

Розглянемо, наприклад, постановку проблеми. Хоч це перший етап дослідницького циклу, однак його значення нерідко оцінюється вище за всі наступні. «Формулювання проблеми часто більш істотне, ніж її розв'язання, яке може бути справою лише математичного чи експериментального мистецтва» [46, 78]. Але ж у процесі постановки проблеми використовуються істотно інші критерії, ніж при доведенні теорем, і здійснюється цей процес принципово по-іншому.

**М.** Довгий час усі вказані вище етапи дослідження віддавалися на відкуп інтуїції. Тепер становище істотно змінилося. За допомогою формалізації, алгоритмізації та використання ЕОМ з'являється можливість отримувати формулювання окремих нових теорем. При доведенні деяких теорем, розв'язання яких через різні причини надзвичайно обтяжливе для людини, або навіть загалом неможливе, використання машин часом дає новий і нетривіальний результат.

Формалізація і алгоритмізація доведень надає їм необхідної строгості, дозволяє знаходити скорочені шляхи логічного виведення, економить інтелектуальні зусилля і час. Наприклад, Ван Хао побудував такий алгоритм доведення теорем математичної логіки, за допомогою якого за 6,5 хвилини кібернетична машина змогла довести біля 1000 теорем з трьохтомної праці Б.Расела і Т.Уайтхеда [9].

Іншими словами, перехід від гіпотези до достовірного знання в багатьох аспектах стає алгоритмізованим. Елементи алгоритмічності вже зараз виявляються і в інших етапах дослідницького циклу [21, 124-140]. Здається, менш за все вони поки виявляються на етапі народження ідеї.

**Ф.** В чому Ви вбачаєте причину нерівномірності алгоритмізації різних етапів дослідження?

**М.** Є два ряди причин: недосконалість існуючих алгоритмічних мов, недостатній рівень формалізації логічних описів цих етапів, а головне – вельми незадовільний змістовний їх аналіз.

**Ф.** Це не випадково, постановка проблеми, створення гіпотези, а особливо народження ідеї, не є «чисто» логічними процесами, і спроби досягнути їх повної формалізації і алгоритмізації марні.

**М.** Чи можете Ви дати раціональний опис цих процесів?

**Ф.** Далеко не завжди.

**М.** Що ж – вони містичні, їм не властиві закономірності, тенденції і т. ін.?

**Ф.** Містичного тут нічого немає. Більше того, коли новий результат отримано і знайдене його доведення, то для всіх, хто з ним знайомиться, шлях до цього результату виглядає як процес логічного виведення висновків із засновків. Але ж даний результат було отримано істотно іншим шляхом. Знайдене доведення – це логічна реконструкція багатогранного, надзвичайно складного шляху думки, що включає і логіку, і алогічні елементи, відтворити які в усіх деталях ми не можемо.

**М.** Можливо, і не треба відтворювати його. Маючи доволі ефективні алгоритми продукування формулювань і пошуку доведень, ми будемо позбавлені копіткої роботи – слідкувати за всіма згинами психології мислення. Адже в кінцевому рахунку нас цікавить результат.

**Ф.** Не треба втішатися тими успіхами, яких досягнуто на шляху формалізації, аксіоматизації і алгоритмізації. Згадаємо, на що перетворюється змістовна аксіоматична система при її трансформації у формальну. Її аксіоматика внутрішньо нівелюється: визначення вихідних понять взагалі зникають, постулати зливаються з аксіомами, з множини принципів, що регламентують розгортання аксіоматики в корпус, лишається тільки дедукція, яку тепер можна здійснювати алгоритмічно. Такою ж приблизно є доля переходу від гіпотези до достовірного знання на так активно рекомендованому Вами шляху.

Те ж саме чекає на цьому шляху й інші етапи дослідження. З часом стане детальнішим опис процесу постановки проблеми, в ньому буде виділений логічний аспект, потім спробують його формалізувати і алгоритмізу-

вати. В результаті отримаємо практично ефективну схему постановки проблеми, яку в ряді моментів машина буде реалізовувати краще, ніж зараз людина. Але подібно до того, як реальний процес формулювання і доведення теорем не зводиться до алгоритмічного їх здійснення, інші етапи дослідження тим більше не вичерпуються формалізованим, аксіоматизованим і алгоритмізованим компонентом.

Зрозумійте мене правильно, я далекий від нігілізму стосовно алгоритмізації, який ще має місце в літературі, але слід реально оцінювати її можливості. При конкретизації формулювання аналізованої нами проблеми Ви самі вказували, що алгоритм ставить занадто «жорсткі» вимоги до розвитку теорії, що його треба вдосконалити і т. ін. Тепер Ви виступаєте як неухильний послідовник алгоритмічного методу.

**М.** Тому що з Вашої сторони висловлюються переважно критичні зауваження і поки вельми недостатньо виражений позитивний аспект, відсутні конкретні вказівки, в якому напрямі і як вдосконалювати математичний метод, щоб підвищити його евристичність, органічно поєднати процеси дослідження і обґрунтування.

**Ф.** Готових рецептів у мене немає, а якщо би щось у цьому роді й було запропоновано, Ви вимагали б роз'яснень, аргументації і т. ін. Поки ми зайняті з'ясуванням реальних можливостей існуючого методу. Був проведений його критичний аналіз як способу доказового викладення знань, його евристичних можливостей. З'ясувалося, що на шляху алгоритмізації він виступає важливим логіко-гносеологічним засобом розгортання теорії в межах наперед заданих логічних форм. Досягається це за рахунок втрати змістовної конкретності, крім того, ми поки аналізуємо теоретичне в одній з його площин – площині знання. Згадайте структуру теоретичного, описану у другому розділі, головна площина - предметна – поки, по суті, нами не розглядалася. Наше завдання тепер полягає в тому, щоб у плані цікавої для нас проблеми розкрити предметність методу.

## ПРЕДМЕТНІСТЬ МЕТОДУ

**Ф.** Чи можете Ви назвати таку предметну галузь, теоретичне знання про яку принципово не допускає аксіоматичного викладу?

**М.** Чесно кажучи, я не бачу принципових перешкод, щоб у будь-якій науці використати тією чи іншою мірою аксіоматичний метод. Я міг би дати радикальнішу відповідь, посилаючись на доволі авторитетних дослідників. Наприклад, Д. Гілберт вважає: «Все, що може бути взагалі об'єктом наукової думки, підпорядковується дії аксіоматичного методу» [13, 108]. Подібного роду думки висловлюються багатьма вченими.

**Ф.** З твердження про принципову застосовність аксіоматичного методу в усіх науках слідує, що він *потенційно* має *універсальну предметну сферу*, тобто здатний більшою чи меншою мірою розкрити зміст предметів усіх наук. Доводи, що обґрунтовують таку точку зору, зовнішньо уявляються резонними. Але не слід поспішати з остаточними висновками. Починаючи з античності, еволюціонувало і критичне ставлення до математичного методу. В німецькій класичній філософії був проведений ґрунтовний аналіз претензій цього методу бути універсальним способом побудови науки і доведено, що він незастосовний у галузі філософського знання. Частково це обґрунтував уже Кант, який вказував, що ґрунтовність системи, створеної у відповідності до математичного методу, заснована на дефініціях, аксіомах і демонстраціях.

Дати дефініцію – означає дати «первинний і повний виклад поняття речі в його межах» [17, 609]. «Повнота означає ясність і достатність ознак; межі означають точність в тому сенсі, що ознак подається не більше, ніж потрібно для повного поняття; первинне означає, що визначення меж ані звідки не виводиться і, отже, не потребує доведення» [17, 609]. Філософське поняття (наприклад, субстанція, причина, право) може задовольняти основній вимозі дефініції – вимозі повноти – «лише в тому випадку, якщо відомо, що воно адекватно предметові» [17, 610]. Оскільки таке поняття формується аналітично з неясних уявлень повсякденної свідомості, то повнота аналізу «завжди лишається сумнівною, і лише на підставі багатьох підтверджуючих прикладів може зробитися допустимою, але ніколи не аподиктично достовірною» [17, 610]. У філософії «дефініція з усією її визначеністю і ясністю повинна скоріше завершити працю, ніж починати

її» [17, 612]. В силу вищевикладеного «філософія не може наслідувати метод математики в побудові дефініцій» [17, 612].

Приблизно такий же висновок Кант робить і відносно застосовності аксіом у філософії. Аксіоми суть «синтетичні основоположення, оскільки вони безпосередньо достовірні» [17, 612]. Щоб сформулювати аксіоматику, треба синтезувати одне поняття з іншим, але для цього потрібно вийти за межі даного поняття, керуючись якоюсь опосередковуючою ланкою. Математик може це зробити в процесі споглядання. Синтетичні ж основоположення з одних лише понять (філософські основоположення типу «все, що відбувається, має причину») як зв'язуюча ланка вимушені використовувати «умову тимчасового визначення в досвіді» і не пізнаються «прямо, безпосередньо з одних лише понять» [17, 613].

Що стосується демонстрацій, то ними можуть вважатися «тільки аподиктичні доведення, оскільки вони інтуїтивні» [17, 613]. В математиці демонстрації досягають «шляхом інтуїтивного споглядання даного а priori, відповідно до понять» [17, 614]. У філософському пізнанні з апріорних понять «ніколи не може виникнути наочна достовірність, тобто очевидність, хоча б судження і було загалом аподиктично достовірним. Отже, лише в математиці наявні демонстрації, оскільки вона виводить свої знання не з понять, а з конструювання їх» [17, 614].

Критичний виступ проти математичного методу ставить своїм завданням не дискредитувати його як спосіб доказової побудови науки («адже наука завжди ... повинна давати строгі докази з вічних апріорних принципів» [17, 98-99]), а проти догматизму, тобто проти домагання просуватися в пізнанні у відповідності з деякими принципами, не дізнаючись про «права» цих принципів і про спосіб, яким їх слід застосовувати. Ще більш глибока і аргументована критика універсальної застосовності математичного методу була дана Гегелем. З основними його доводами ми частково ознайомилися раніше.

**М.** Мені здається, Ви недооцінюєте сучасну форму аксіоматичного методу (структурно-аксіоматичну) і орієнтуєтесь на його попередні історичні модифікації, в межах яких конкретна предметність методу дійсно була слабо виражена і в основному підкреслювалася його універсальність.

Традиційний погляд «виходить з ототожнення поняття аксіоматики з поняттям замкнутої системи достовірних висловлювань, з яких дедуктивно виводяться всі істини» [31, 35]. Аксіоматика подається як система найочевидніших, найелементарніших істин, що визначають предмет теорії, з яких логічно виводиться весь зміст останньої. За такого підходу наділяють «об'єкт, фіксований шляхом чуттєвої інтуїції чи досвіду, природою, по суті,

ідентичною тій», властивості якої розкриваються аксіоматикою і дедукцією [31, 35]. Непорушність, замкнутість дедуктивно розгорнутої системи істин «вступає в суперечність з можливістю руху раціональної істини «назустріч» структурним характеристикам об'єкта. Ось чому може виявитися, що раціональна істина повинна кожного разу визначатися наново» [31, 35], щоб відобразити конкретну природу об'єкта. Сучасний структуралізм дає можливість уникнути цієї суперечності, він «дозволяє розглядати процес взаємообумовленого формування формальних і емпіричних закономірностей відповідно до одних і тих же схем» [31, 36]. «Існує взаємозв'язок між ступенем структуралізації тієї чи іншої науки і можливістю використання конструктивних методів тієї чи іншої аксіоматики: наука переважно дедуктивного плану спирається на зв'язки, що задаються математичними структурами» [31, 33]. Іншими словами, на рівні структурного визначення предмету науки виявляється предметність аксіоматичного методу, яка на попередніх етапах його розвитку не була такою виразно виділеною.

**Ф.** Еволюція аксіоматичного методу в напрямі чіткішого усвідомлення його предметності цілком закономірна. Подібного роду спрямованість еволюції відповідає діалектико-матеріалістичному розумінню методу науки. Застосування будь-якого наукового методу, в тому числі і аксіоматичного, залежить «від форми самих предметів, що підлягають пізнанню» [3, 216]. Коли розгортається зміст предмету, «метод розширюється в систему» [3, 211].

Ідея предметності методу є конкретною формою виразу принципу відображення, згідно з яким всяке знання як на емпіричному, так і на теоретичному рівнях є відображенням об'єктивної реальності. Ця ідея отримує конкретний, доволі обґрунтований вираз у тому випадку, якщо визначення предмету теоретичної системи буде водночас і визначенням методу розгортання її змісту, буде конкретизацією, перетворенням методу на систему.

**М.** Якщо метод є похідним від предмету, то не зрозуміло, чому один і той же метод застосовується в різних предметних галузях.

**Ф.** Для методу характерна певна самостійність стосовно тієї предметної галузі, в якій він сформувався, і його розвиток відбувається не завжди синхронно з розвитком відповідного йому предмету. Понятійна структура методу може мати більш обширний характер, ніж зміст його предмету. В свою чергу, даний метод виступає як спосіб розгортання лише одного з аспектів предмету теорії. Багатоаспектність предмету стає підставою для встановлення спільності різних методів, що його стосуються. Наприклад, обчислення в аналітичній геометрії і геометрична побудова являють собою

різні методи, але перше повинно відповідати другій, і в основі цієї відповідності перебуває єдиний предмет.

**М.** Візьмемо структурне подання предмету і як наслідок цього спробуємо вивести відповідний йому метод.

**Ф.** Поки не зовсім ясно, що слід розуміти під структурним поданням предмету математики.

**М.** Мова науки чи наукової думки робить прийнятними принаймні два визначення поняття «структура», одне з котрих стосується скоріше пізнаного змісту, в той час як друге характеризує форму, якої цьому змістові надає математичний метод. У першому випадку термін «структура» означає принципово «реляційний» характер об'єктивних явищ, що розглядаються науками. Науки не можуть вивчати факти, взяті у відриві одне від одного; вони розглядають сукупності чи комплекси, складові частини яких визначаються різними формами їх внутрішньої взаємодії, законами взаємної детермінації. В другому випадку поняття структури важко відділити від закономірностей, встановлюваних математичними науками, а також від «типів», що визначаються такими закономірностями. Структурою тут виявляється множина елементів, що визначаються певними відношеннями такого роду, що стає можливим вивести всі реляційні властивості елементів, у випадку якщо дані операційні правила, що дозволяють перетворювати домінуючі відношення. Було б неправильно змішувати ці два значення терміну «структура», одне з яких веде нас до ідеї комплексу, чи цілісності, в той час як інше – до ідеї операційної системи [31, 30-32].

**Ф.** Перше значення поняття «структура», по суті, являє собою визначення предмету математики, а оскільки в останній аксіоматичний метод дійсно широко застосовується, то ця вказівка стає всього лише емпіричним підтвердженням зв'язку структурного представлення предмету з аксіоматичною формою викладу його змісту. Навряд чи таке підтвердження можна визнати достатнім обґрунтуванням органічного зв'язку між аксіоматичним методом (як начебто універсальним методом наукового пізнання) і його конкретною предметністю.

**М.** «... Якщо наявність «структур-цілісностей» і виходить наче за рамки «структур-систем», то все ж виявляється явний перехід між цими двома виявленнями ідеї структури: найраціональніші, найточніші науки саме і є тими, де мають тенденцією співпадати одне з одним обидва значення ідеї структури» [31, 32].

**Ф.** Якщо останню заяву розуміти в тому сенсі, що «структура-цілісність» необхідно переходить у «структуру-систему», то воно не відповідає реальному історичному процесові розвитку наукового пізнання. Дос-

татньо послатися на галузь філософського знання, де «структура-цілісність» має місце, але де численні спроби застосувати аксіоматичний метод в кінцевому рахунку були усвідомлені як неспроможні. У філософії був розроблений якісно своєрідний метод побудови діалектико-логічної системи теоретичних знань. Ось чому впевненість у тому, що рано чи пізно аксіоматичний метод охопить усі ділянки наукового знання, уявляється недоречною.

**М.** Свого часу аксіоматичний метод застосовувався лише в математиці. На цій підставі можна було б зробити висновок, що його предметна галузь співпадає з предметом математики. В наш час його застосовують у фізиці, біології і деяких інших науках, причому його застосування зовсім не перетворює ці науки на розділи математики. Цей факт свідчить про те, що природа аксіоматичного методу в певному сенсі байдужа до конкретного змісту предмету математики. Чому б не припустити, що в подальшому аксіоматичний метод буде застосовуватися й там, де зараз він незастосовний?

**Ф.** З таким же успіхом можна припустити, що з часом на зміну аксіоматичному методу прийде досконаліший метод навіть у давно аксіоматизовані системи знань. Я пропоную перейти від припущень до обґрунтованого встановлення кордонів предметності аксіоматичного методу.

**М.** Чи не означає постулювання «кордонів предметності» заперечення універсальності предметної галузі аксіоматичного методу?

**Ф.** Ні, ми повинні доказово прийти до цього заперечення.

**М.** Що ж тоді буде вихідним пунктом Вашого дослідження, тезис про предметність методу?

**Ф.** Так, він необхідний.

**М.** Цей тезис говорить лише про те, що викладена певним методом система знань відображає деяку предметну область, але характер зв'язку між методом і предметною областю лишається неясним. Якщо звернутися до конкретних реалізацій аксіоматичного методу, то виходить, що він виразно виявляє свою самостійність стосовно предметних областей окремих наук. Так, не змінюючи предметної області, не додаючи і не віднімаючи від сукупності теоретичних положень її складових, ми можемо мати декілька варіантів аксіоматично побудованих систем: те, що в одній системі було аксіомою, в іншій стане теоремою, при незмінній аксіоматиці в одній системі дана теорема має один варіант доведення, а в іншій системі - другий і т. ін.

**Ф.** Однак усі ці системи лишаються *аксіоматичними*. В цьому випадку Ви підкреслюєте відносну самостійність системного оформлення стосо-



вно загальних вимог, що конструюють саме даний (аксіоматичний) метод. Наведені міркування не торкаються зв'язку методу з предметною областю. Адаже остання лишається незмінною, як і основний зміст тих положень, які організуються в систему завдяки аксіоматичному методу.

**М.** Але як бути з тим фактом, що аксіоматичний метод незалежно від конкретного втілення його в тій чи іншій системі може успішно застосовуватися в різних науках, предмети яких виразно відрізняються один від одного?

**Ф.** Якщо б кожна з цих наук включала аксіоматичний метод як єдиний спосіб розгортання свого змісту, то з відмінності предметів цих наук слідувала б універсальність аксіоматичного методу. Однак аксіоматичний метод виявляє свою загальність лише при вирішенні однієї з проблем, наявної в різних науках: при побудові їх як логічно обґрунтованих систем знання. Предмети цих наук різні, але в кожному з них є деякий загальний аспект, який однаково розкривається через аксіоматичний метод.

**М.** Заявляючи, що певний аспект предмету науки розкривається через аксіоматичний метод, Ви тим самим проводите цілком визначене рішення питання про співвідношення предмету і методу науки, а саме, що предмет є базовою характеристикою, а метод – це дещо вторинне, похідне від предмету. Між тим для утворення предмету даної науки також потрібен метод, у цьому сенсі предмет постає як дещо вторинне стосовно методу. Можливий ще один варіант співвідношення предмету і методу, коли вони виявляються начебто рівнозначними: для утворення предмету потрібен метод, останній формується на підставі іншого предмету, цей предмет з'являється як результат застосування іншого методу і т. ін. В залежності від того, на якій ланці ми перервемо цей ланцюг (на предметі чи методі), та чи інша характеристика і буде визначальною.

**Ф.** Предмет і метод Ви спочатку покладаєте як самостійні, відокремлені одне від одного утворення. Згодом переходите до встановлення взаємозв'язку між ними, але він виражається або у чергуванні одного з другим, або у покладанні одного як результату другого. Між тим предмет і метод органічно взаємозв'язані. Цей органічний зв'язок не заперечує відносної самостійності предмету і методу, але вона необхідно повинна виявлятися в тому, що, з одного боку, основні принципи, які розкривають природу аксіоматичного методу, водночас будуть ставати і принципами визначення деякого предмету, знання про котрий викладається аксіоматично, з іншого боку, принципи визначення предмету будуть детермінувати визначальні характеристики аксіоматичного методу.

**М.** Мені здається, що в наших міркуваннях немає потрібної визначеності і послідовності. Тому давайте повернемося до вихідного пункту нашої розмови і уточнимо деякі моменти.

**Ф.** Функція математичних структур полягає в тому, що вони «дають науці ідеальні форми концептуалізації і нормування об'єкта, а також загальну схему, необхідну для критичного аналізу можливості використання цих форм, тобто таку, що забезпечує їх логічний взаємозв'язок і застосовність» [31, 38]. Між математичною сутністю і науковим об'єктом є «принципова тотожність» [31, 38].

**Ф.** Це явна переоцінка можливостей математичного поняття структури. Це поняття визначає одну з істотних характеристик математичної науки, а саме її предмет, причому на цілком визначеному етапі історичного розвитку математичної думки (сучасна математика). Предмет сучасної математики (структура), як і її предмети на історично попередніх етапах розвитку, являють собою абстрактні, ідеалізовані форми виразу її об'єкта, зміст якого не вичерпується предметом на жодному з конкретних історичних етапів розвитку.

Зверніть увагу на те, що аксіоматична організація знань конструювалася значно раніше, ніж структурне подання предмету математики, разом з тим структурне подання використовується не лише для характеристики предмету математики. Необхідність зв'язку між аксіоматичним методом і структурою ілюструється на прикладі математики і деяких інших наук, але вона не доводиться. Щоб визначити предметність аксіоматичного методу, я пропоную такий спосіб. Візьмемо за основу головні принципи цього методу, властиві всім основним модифікаціям побудованих на його основі систем, і хоча б у загальних рисах визначимо ту предметну ділянку, в знанні про котру необхідно реалізуються ці принципи.

**М.** Мабуть, йдеться про принципи несуперечності, незалежності і повноти аксіом.

**Ф.** Так, я мав на увазі саме ці принципи.

Принцип несуперечності не допускає наявності в даній теоретичній системі двох протилежних тверджень. Оскільки останні є відображеннями деяких властивостей і відношень предмету, він постає як *внутрішньо несуперечливий*, а отже, як *посталий* предмет, що не розвивається і здатний лише до еволюційних змін.

Принцип незалежності стверджує неможливість дедукування окремо взятої аксіоми з інших аксіом. Тим самим предмет наділяється комплексом розрізнених відносно дедукції властивостей, який можна скорочувати чи розширювати такими ж властивостями. При скороченні отримуємо абстра-

кtnіший, при розширенні конкретніший предмет, але всі ці предмети постають як кількісні градації одного і того ж предмету.

Нарешті, принцип повноти встановлює нездоланий для аксіоматично розгорнутої системи кордон. Усі конкретизації предмету повинні утворюватися як синтез лише тих властивостей і відношень, які задані аксіомами.

Отже, предмет аксіоматичної системи з точки зору основних її принципів визначається як такий, що *не розвивається* і наділений *незалежними* стосовно дедукції властивостями і відношеннями, розширення яких відбувається лише як їх доповнення.

**М.** У зв'язку з тим, що цей предмет визначається принципами, властивими будь-якому виду аксіоматичної системи, він виражає те загальне, що належить цим системам, але, судячи з усього, повинна відбуватися видозміна ознак предмету при переході від змістовної до напівформальної, а згодом до формальної систем. На рівні останньої предмет необхідно повинен мати символічний вираз, і не лише сам предмет, але і засоби його перетворення.

**Ф.** Це не випадково. Символічна мова найвиразніше синтезує в собі характеристики предмету аксіоматичної системи. Дійсно, розглянемо окремо взятий символ, скажімо «*O*». Який предмет він позначає?

**М.** Може позначати який завгодно предмет, а може нічого не позначати.

**Ф.** Символ не може позначати ніщо. Оскільки він заданий як символ, він вже є дещо, дещо просторово відокремлене, ізольоване від усього іншого, дещо позачасове, адже символ лишається тим самим дещо, позбавленим внутрішньої будови. Це *елемент*, але чим більше ми будемо підкреслювати специфіку окремо взятого символу як елемента, тим ширша *множина* властивостей буде фіксуватися, тим змістовнішим буде її опис. У цьому сенсі одинично взятий символ не може «нічого не позначати», він позначає дещо змістовне, а ще змістовнішою є система символів. Однак подібного роду змістовність є такою, що вона *індиферентна до конкретного* змісту безконечної різноманітності предметів. Розглянутий символ може використовуватися і для позначення числа 0 і для позначення літери *O* і т. ін.

**М.** Ми в загальних рисах визначили предмет системи знань, викладеної аксіоматичним методом. Раніше було встановлено, що математичний метод не вичерпується аксіоматичним, а включає ряд інших компонентів, принаймні, слід мати на увазі ще алгоритмічний метод і логічний апарат. Цікаво було б прослідкувати, як видозмінюється предметна галузь з урахуванням цих компонентів.

**Ф.** Принципових змін не відбувається, радше, мають місце ствердження необхідності і формалізація основних характеристик виділеного предмету. Символічна мова формальної системи задовольняє визначенню конструктивного об'єкта, яким оперує алгоритм. Стосовно ж логічного апарату, то описана вище предметна галузь аксіоматичного методу повністю відповідає законам формальної логіки.

**М.** Виходить, ми отримали предметну галузь математичного методу, який синтезує в собі аксіоматичний, алгоритмічний методи і формально-логічний підхід.

**Ф.** Те загальне, що їх об'єднує, що детермінується єдиною для них предметною галуззю, характеризує певний спосіб мислення, котрий доцільно назвати *розсудковим* чи просто *розсудком*.

**М.** У плані вирішення проблеми наближення математичного методу до діалектичного методу «Капіталу» К.Маркса бажано було б реалізувати той же шлях, який накреслений при дослідженні математичного методу: визначити основні діалектичні принципи побудови теоретичної системи, а згодом, спираючись на них, дати загальну характеристику предметної галузі, відповідної цій системі.

**Ф.** Аналізуючи аксіоматичну побудову, ми йшли по лінії абстрагування від її конкретного змісту і виділення загальних принципів, що характеризують структуру і функції деякої абстрактної аксіоматичної системи. Для порівняльного аналізу отриманої системи і теоретичних систем, побудованих діалектичним методом, також необхідно попереднє узагальнення цих систем. Діалектика, викладена в «Капіталі» К.Маркса, є конкретною формою діалектики. Безпосередньо співвідносити з принципами аксіоматичної побудови всі принципи «Капіталу» некоректно, адже не ясно, які з цих принципів обумовлені конкретною природою даної науки (політекономії), а які характеризують природу діалектичного методу незалежно від конкретної галузі його застосування.

**М.** В такому разі виділіть перш за все найзагальніші принципи, що подають діалектичний метод як певну логічну форму організації теоретичного знання, незалежну від конкретного змісту, до якого вона застосовується.

**Ф.** Це не таке просте завдання, у будь-якому разі його не вдається вирішити тим шляхом, який виявився ефективним стосовно аксіоматичного методу. Розглянуті нами основні модифікації аксіоматичного методу як етапи його історичного розвитку характеризуються підвищенням рівня загальності і ступеня формалізації. Поглиблення формалізації в даному випадку постає як одна із загальних тенденцій розвитку аксіоматичного

методу, що супроводжується розширенням сфери його застосовності, підвищенням його ролі в конкретно-науковому пізнанні.

В історичному розвитку діалектичного методу виразно виявляється тенденція підвищення рівня загальності, зростання його ролі і розширення ділянки застосування як послідовно здійснюваного шляху осягнення об'єктивної істини. Стихійна діалектика древніх еволюціонувала в напрямі перетворення діалектики на найбільш загальний метод філософського пізнання. В діалектико-матеріалістичній філософії відбувається якісна зміна змісту і функцій цього методу: з методу власне філософського пізнання він перетворюється на найістотніший, найзагальніший метод наукового пізнання і революційно-перетворювальної практичної діяльності. Проте в розвитку діалектичного методу ми не спостерігаємо тієї тенденції до формалізації, яка є такою характерною для аксіоматичного методу. Діалектичний метод стає не способом перетворення абстрактних логічних форм поза конкретним їх змістом, а логікою внутрішнього, іманентного розгортання самого змісту. Якщо ставиться проблема виявити його гранично загальну форму, то вона може бути вирішена шляхом побудови системи гранично загальних, найбільш істотних понять, тобто як проблема побудови системи філософських категорій. У такій формі діалектичний метод стає філософським методом, методом побудови діалектико-матеріалістичної категоріальної системи.

**М.** Отже, те, що раніше йменувалося діалектичним методом, тепер постає як філософський метод. Поки я бачу лише термінологічну зміну.

**Ф.** Метод у межах будь-якої науки похідний від її предмету. Тому, досліджуючи співвідношення методів різних наук, ми стикаємось з проблемою співвіднесення їх предметів, і тією мірою, якою воно здійснене, створюється основа для визначення загальних і специфічних рис порівнюваних методів.

**М.** Ви уникаєте аналізу безпосередньо цікавої для нас проблеми і замість порівняльного аналізу методів приступаєте до пошуку якоїсь «основи для визначення їх загальних і специфічних рис».

**Ф.** Певний відхід тут дійсно має місце. Він продиктований прагненням уникнути тих крайнощів, які допускалися і зараз іноді допускаються при дослідженні проблеми співвідношення аксіоматичного і філософського методів. У минулому робилося чимало спроб подати аксіоматичний метод і як метод власне філософського пізнання. Ми вже говорили про критику подібних спроб у німецькій класичній філософії. Гегель на ідеалістичній основі розробив концепцію діалектичного методу як найбільш адекватного предмету філософської науки. В марксистській філософії ця концепція

набуває якісної зміни. Метод матеріалістичної діалектики дозволяє марксистсько-ленінській філософії повною мірою виконувати свої основні функції: світоглядну і загальнометодологічну. Завдяки цьому методу вона наповнилася новим змістом як своєрідна форма суспільної свідомості, що розвивається в органічній єдності з наукою та іншими формами суспільної свідомості.

На сучасному етапі розвитку діалектико-матеріалістична філософія володіє настільки багатим, різнобічним змістом, що навряд чи реальну підтримку отримають спроби виразити її зміст аксіоматично. Вони будуть сприйняті як щось архаїчне. Проте треба уникнути й іншої крайності, коли, посилаючись на загальнометодологічне значення діалектичного методу, останній сприймають лише через часткові наукові методи. Скажімо, аксіоматичний метод трактується як конкретна інтерпретація діалектичного, а загальнометодологічне значення останнього вбачається в тому, що для кожного достатньо загального компонента знаходиться відповідний аналог.

**М.** Чому Ви вважаєте такий підхід «крайністю»? Мене, наприклад, цікавить метод побудови теоретичної системи знань у математиці. Нині вона відбувається переважно аксіоматично. Філософський метод, якщо він виконує загальнометодологічну функцію, повинен спрямовувати і процес теоретичних побудов, хоч, звичайно, вони будуть мати більш загальну форму виразу. Чим незадовільною є таке трактування філософського методу?

**Ф.** Якщо відповісти коротко, то вираженим у ній прагматизмом, вузьким розумінням природи і функцій філософського методу.

Філософія має свою мету і своє призначення – виступати світоглядом і загальною методологією. Протягом тривалої історії вона розвивалася як синтез, узагальнення найістотніших, найзагальніших моментів практичної і пізнавальної діяльності в усій різноманітності форм її виявлення. Через це вона має багатогранний зміст, що не вичерпується потребами ані жодної з окремо взятих окремих наук, ані їх сукупністю. Якщо йдеться про метод, який органічно поєднується з предметом і найбільш повно виражає власну природу філософської науки, то він також необхідно наділений багатогранністю змісту і різноманітністю функцій. Діалектичний метод як спосіб побудови філософської системи, через специфіку філософського знання, - це не просто один із способів розгортання наукової системи, а дещо більше: він водночас виступає методом побудови світоглядної системи і загальної методології. З урахуванням цих обставин трактування філософського методу *лише як способу* теоретичної побудови науки, загалом кажучи,

означає абстрагування від багатогранності його змісту, виділення лише одного його аспекту.

**М.** Математика не може ані претендувати на роль світоглядної системи, ані брати на себе функцію загальної методології пізнання. Тому від тих компонентів змісту філософського методу, які детермінують світоглядну і загальнометодологічну функцію, слід абстрагуватися, а предметом аналізу взяти філософію як науку, як теоретичну систему. Ця система цікавить нас з точки зору методу її побудови у взаємозв'язку з методами окремих наук, перш за все математики. З усіх різнобічних відношень філософської системи і її методу нам необхідно конкретніше з'ясувати зв'язок філософії як науки з іншими науками.

**Ф.** Відомо, що філософія - це наука про найбільш загальні закони розвитку природи, суспільства і людського мислення. Жодна з наук, крім філософії, подібного предмету вивчення не має, і тому вказування на нього дійсно виділяє марксистсько-ленінську філософію з усіх інших систем знань. Оскільки ж цей предмет охоплює дійсність у її цілісності, єдності всіх її основних ділянок і водночас виділяє те найзагальніше і найістотніше (загальні закони), що властиво цій дійсності, остільки філософська наука (і лише вона) може виконати роль основи, фундаменту, на якому розгортається вся світоглядна система, у гранично широкому смислі терміну «світогляд».

**М.** Що саме у визначенні предмету марксистсько-ленінської філософії детермінує необхідність звернення до діалектичного методу як специфічного способу побудови системи філософських знань, і чим обумовлена та своєрідна форма науковості, якою ця філософія володіє?

**Ф.** Це *процес розвитку* як такий, точніше, розкриття сутності, основних законів процесу розвитку, незалежно від того, в якій сфері (в природі, суспільстві, мисленні) цей процес і його закони виявляються.

**М.** Якщо філософія має своїм предметом процес розвитку, то, скажімо, зв'язок її методу з методами біологічних теорій, що вивчають розвиток біологічних видів, може бути витлумачений як конкретизація загальних закономірностей розвитку стосовно часткової форми його виявлення. Але розвиток – це специфічний предмет, спостережуваний далеко не всюди і не в усьому. Математика чи фізика абстрагуються від розвитку свого об'єкта. Виходить, що їх предмет, як не причетний до розвитку, не повинен і в методі виявляти зв'язки з методом дослідження процесу розвитку, тобто з філософським методом.

**Ф.** Те, що процес розвитку є специфічним предметом дослідження, безсумнівно. Але одна з його специфічних особливостей в тому і полягає,

що він є свого роду всеохоплюючим предметом. Об'єкт будь-якої науки постає як різновид (наприклад, у випадку вказаних Вами біологічних теорій), сторона чи стан процесу розвитку. В світі не існує об'єктів поза їх зміни, руху, будь-який рух виявляє свою істинну суть лише як етап, сторона, форма розвитку. Всезагальність філософського знання перш за все визначається всезагальністю його предмету. Інша справа, що ступінь вираження, повнота вираження процесу розвитку в об'єктах різних наук істотно відмінна. Абстрагування від розвитку в математиці чи фізиці фактично означає абстрагування від певних аспектів розвитку, тобто вивчення його в однобічному, обмеженому плані. Іншими словами, відбувається абстрагування не від розвитку загалом, а від повної і всебічної форми його вираження.

Узагальнюючи результати конкретних наук, філософія тим самим акумулює в собі, у своєму предметі окремі сторони розвитку, які детальніше розкриваються в інших науках. Але вона їх не просто збирає разом, а відтворює ту цілісність, яка раніше була порушена при абстрагуванні предметів окремих наук. Оскільки предмет будь-якої науки як момент, стан розвитку входить у предмет філософії, найзагальніший метод кожної науки необхідно зв'язаний з філософським методом. Таким чином, для розкриття співвідношень математичного і філософського методів немає принципових перешкод.

**М.** Щоб виконувати функцію узагальнення предметів і методів інших наук, філософія повинна в своєму предметі і методі містити максимальний ступінь загальності і необхідно мати форму науковості. Це зрозуміло. Але виходить, що специфіка її форми науковості зводиться до всезагальності. Дещо спрощуючи для ясності ситуацію, справу можна подати в такий спосіб. Реальний об'єкт пізнання перебуває в процесі розвитку. Кожна конкретна наука виділяє в ньому якусь окрему сторону, бере її як свій предмет і стосовно цього предмету виробляє власний метод. Філософ знайомиться з предметами інших наук і субординує їх залежно від того, що саме вони розкривають у процесі розвитку. Він же створює ієрархію методів конкретних наук, а його власний метод становить свого роду квінтесенцію розмаїття методів конкретно-наукового знання.

**Ф.** Насправді все значно складніше. Щоб визначити місце предмету тієї чи іншої науки в процесі розвитку, філософія повинна була визначити свій предмет саме як найбільш загальні закони розвитку природи, суспільства, мислення. Усвідомлення предмету філософської науки саме в цій формі було досягнуто лише у марксистсько-ленінській філософії.



Предмет філософії не складається з предметів інших наук як крупноблочна будівля. Такого роду будівлю умовно можна назвати філософією на тому етапі її розвитку, коли вона виступала як компілятивна, недиференційована сукупність знань, була натурфілософією. Предмет окремої науки включається у предмет філософії як один з компонентів, принципів якісно своєрідної цілості. Так, об'єкт математики – кількість – входить в об'єкт філософії як одна з протилежностей фундаментальної суперечності процесу розвитку – суперечності «якість-кількість».

**М.** Отже, немає принципових перешкод для більш глибокого синтезу математичного і філософського методів з точки зору їх предметних галузей. Але якщо математичний метод вище був поданий як певний (розсудковий) спосіб побудови деякої логічної форми теоретичної системи знань, то стосовно діалектичного методу аналогічне подання ще не вироблене.

**Ф.** Синтез різних теоретичних систем з точки зору логічної форми їх організації, в яких найповніше і в найбільш безпосередній формі реалізований діалектичний метод, призводить до поняття діалектико-логічної системи. а для характеристики методу побудови цієї системи доцільно використати поняття «розум». В такому разі обговорювана нами проблема співвідношення математичного і діалектичного методу перетворюється на проблему співвідношення розсудку і розуму.

## РОЗСУДОК І РОЗУМ

**М.** Терміни «розум», «розсудок» мені видаються недостатньо визначеними. Вони рідно зустрічаються в літературі як співвіднесені, і думки про них суперечливі. Одні вважають, що ці поняття вимагають глибокого осмислення і подальшої розробки з діалектико-матеріалістичної позицій [23], інші трактують їх як історичний анахронізм, що втратив значущість на сучасному етапі розвитку пізнання [30]. Ті, хто визнають їх правомірність, вкладають в них істотно різний смисл, інтерпретуючи їх як теоретичне і емпіричне мислення, як дві протилежні сторони теоретичної діяльності [16, 32]. Але чому Ваш вибір впав саме на ці поняття?

**Ф.** Мені доведеться звернутися до історичного аналізу. В історії філософії ці поняття тривалий час використовувалися як синоніми. Осмислення їх специфіки вперше систематично проведене І.Кантом, хоча окремі елементи такого осмислення можна знайти в Платона, Арістотеля, Н.Кузанського та ін. Кант виходив з прийнятого до нього поділу здібностей мислення на чуттєву і розсудкову. Взявши за предмет дослідження матеріал чуттєвості, розсудок встановлює в ньому єдність. «...Ця єдність, виражена в загальній формі, називається чистим розсудковим поняттям» [17, 174], чи категорією. Свою основну функцію стосовно чуттєвості – синтезуючу – *розсудок* виконує і стосовно самого себе, тоді він *стає* якісно новою, більш високою пізнавальною здатністю – *розумом*. Згідно з Кантом, розум «прагне довести синтетичну єдність, яка мислиться в категоріях, до абсолютно безумовного» [17, 358]. В цьому прагненні він приходить до виявлення нерозв'язних суперечностей (антиномій), і його функція, на відміну від функції розсудку, постає не позитивною, а негативною. «Величезна і, можливо, єдина користь будь-якої філософії чистого розуму, - пише Кант, - лише негативна: ця філософія стає не органом для розширення, а дисципліною для визначення кордонів, і, замість того, щоб відкривати істину, в неї скромна заслуга: вона охороняє від заблуджень» [17, 655].

Подальший розвиток кантівське розмежування понять розсудку і розуму отримало у філософії Гегеля. Останній повніше і конкретніше розкриває зміст цих понять, взаємозв'язку між ними. Згідно з Гегелем, розсудок має справу із «застиглим» змістом понять, оперує в основному «кількісною стороною визначень» [12, 106]. Продуковані ним судження і умовиводи виявляються такими, що «покояться на зовнішній різниці» [12, 106]. Розсудок «опирається в своїх розділеннях» [12, 98], «мислення як розсудок не

йде далі непорушної визначеності і відмінності останньої від інших визначеностей, цю обмежену абстракцію воно вважає такою, що має самостійне існування» [12, 131]. Галуззю домінуючої діяльності розсудку Гегель, слідом за Кантом, вважає математику, а найбільш «чистими» видами розсудкової діяльності мислення – аксіоматичну побудову, особливо механічно виконувани обчислювальні процеси, тобто елементарні форми реалізації алгоритмічного методу. Ці форми Гегель оцінював в такий спосіб: «Якщо би про природу лічби була відомо хоча б одна ця обставина (йдеться про виконання на машинах. – О.К.), то одним цим було б вирішене питання, якою є цінність думки зробити лічбу головним засобом виховання духа і цим піддати його тортурам – вдосконалити себе до такого ступеня, щоб стати машиною» [12, 292].

**М.** Тепер починають вимальовуватися мотиви, керуючись якими Ви зв'язали математичний метод із розсудком. Принаймні, це має історичне виправдання, витоки такого зв'язку знаходяться у німецькій класичній філософії, у працях Канта і Гегеля. Вочевидь, там само бере свої витоки і асоціювання діалектичного методу із розумом.

**Ф.** Як вже відзначалося вище, Кант відносив розум до галузі філософського пізнання, але значно обмежував його функції. «Справа розуму» полягає лише в тому, щоб співвідносити розсудкові визначення і виявляти «їх зіткнення» [12, 99]. Саме піднесення над вказаними визначеннями, яке приходить до розуміння їх зіткнення, є великим заперечним кроком до істинного розуміння розуму» [12, 92]. Але необхідне було наступне коло – «поєднання протилежностей – результат спекуляції, який для розсудку являє собою нісенітницю» [12, 82]. Гегель критикує Канта за обмежене розуміння розуму, яке веде «до помилкового погляду, ніби саме розум впадає в суперечність із собою; він не визнає, що суперечність саме і є піднесенням розуму над обмеженістю розсудку та її скасування. Замість того, щоб зробити останній крок догори, пізнання незадовільності розсудкових визначень відступає до чуттєвого існування, помилково вважаючи, що в ньому воно знайде усталеність і згоду» [12, 99].

У своєму прагненні піднести розум над розсудком Гегель приходить до абсолютизації значущості першого. Для нього «природничонаукові і математичні результати були лише прикладами «всесилля» філософської спекуляції і до того ж прикладами найнижчого штибу» [33, 36]. Правильно відзначаючи, що в розумі теоретичне пізнання набуває якісно нового джерела розвитку, Гегель неправомірно обмежує ділянку кордонами розумного, трактуючи розсудок лише як допоміжний етап становлення теоретичного чи як вторинну, неістотну форму його вираження.

*Різкі розмежувальні лінії, які Гегель поводить між розсудком і розумом, історично виправдані, оскільки до нього відносна самотійність розуму належним чином не усвідомлювалась, а його функції трактувалися переважно негативно (Кант). У попередній раціоналістичній філософії абсолютизувався розсудок, в такому абсолютизованому вигляді він перетворювався на метафізичний метод мислення. Гегель, протиставляючи розум розсудкові, часом не враховував специфіку протиставлення «розсудок – розум» порівняно з протилежністю діалектики і звідси можна зробити помилковий висновок, що розсудок – це метафізика, а сфери наукового знання, де особливо виразно проявляється розсудок – сфери її безмежного панування.*

*М. Історичний аналіз, вочевидь, можна продовжити, але це спеціальне питання. Якими є основні положення діалектико-матеріалістичної концепції розсудку і розуму, і, перш за все, наскільки правомірне саме розмежування розсудку і розуму?*

*Ф. Класики марксизму-ленінізму відзначають, що таке розмежування цілком правомірне. Особливо в тому плані, що розум є найбільш повною, безпосередньою формою вираження діалектичного мислення. «Гегелівське розрізнення, завдяки якому лише діалектичне мислення є розумним, має певний сенс, - пише Ф.Енгельс. – В нас спільні із тваринами всі види розсудкової діяльності: індукція, дедуція, отже, також абстрагування, ...аналіз, ...синтез, ...експеримент; ... діалектичне мислення – саме тому, що воно має своєю передумовою дослідження природи самих понять, - можливе тільки для людини, але і для останньої лише на порівняно високій сходинці розвитку...» [1, т.20, 537-538].*

*М. Як співвідносяться пари категорій «діалектика - метафізика» і «розум – розсудок», по суті ототожнювані Гегелем?*

*Ф. Основоположники марксизму не ототожнювали розсудок в усій різноманітності форм його виявлення з метафізикою. До метафізики схильний більше «здоровий людський розсудок», не зачеплений філософськими чи іншими науковими заняттями. Філософія, як розумне, і конкретна наука, як критичне розсудкове, постають у союзі і проти неправомірних претензій «здорового глузду», і проти метафізики.*

*У гносеологічному плані важливо підкреслити, що розсудок тоді перетворюється на метафізику, коли він замикається в собі, не звертається до своєї протилежності – розуму, абсолютизує свої можливості. Діалектика не обмежується сферою розумного, вона виявляється і в розсудковому, але в опосередкованій, менш виразній формі, частково.*

**М.** А як співвідносяться пари «емпіричне – теоретичне» і «розсудкове – розумне»? Адже і в наш час зустрічається трактування розсудку і розуму як емпіричного і теоретичного мислення. Якщо це так, то і математика, і теоретичне природознавство, і формальна логіка, і ряд інших наук опиняються за межами теоретичного, і вибір понять «розсудок» і «розум» як синтезованих відображень принципів побудови теоретичних систем навряд чи буде виправданим.

**Ф.** Трактування розсудку як емпіричного має сенс в тому плані, що він ближчий до емпіричного, ніж розум. Однак розмежування мислення на «емпіричне – теоретичне» і «розсудкове – розумне» явно не співпадають. Класики марксизму-ленінізму не проводять подібного роду ототожнення. К.Маркс пише, що вже найпростіший пізнавальний процес – лічба – є «першою теоретичною діяльністю розсудку, який ще вагається між чуттєвістю і мисленням» [1, т.1, 31]. Більш розвинуті види розсудкової діяльності необхідно входять до сфери теоретичного, особливо в математиці, логіці, фізиці і т. ін.

**М.** «Розсудок – розум» не співпадають ані з «метафізикою-діалектикою», ані з «емпіричним – теоретичним». Констатація цього факту є переважно заперечним визначенням і розсудку, і розуму (вони не є ані тим, ані іншим). Що ж вони собою являють, якщо мати на увазі їх зміст в позитивному плані?

**Ф.** Розум і розсудок у гранично широкому смислі слова – це надбання не індивідуального мислення, а суспільної людини як суб'єкта всієї культури [43, т.4, 460]. Ці категорії виражають не стільки субстратний, скільки *процесуальний* аспект діяльності мислення, тобто характеризують не стільки те, *що* перетворюється і *що* виходить в результаті перетворення, скільки механізм перетворення – те, *як* це перетворення здійснюється. В цьому сенсі розсудок і розум стають аналогами методу пізнання, причому гранично загальними *логічними формами методу* пізнання.

Коли йдеться про загальні методи пізнання, то при філософському аналізі увага концентрується на порівняльному аналізі діалектики і метафізики. Такий аналіз необхідний, він історично виправданий і не лише не втратив своєї актуальності, але стає все важливішим на сучасному етапі. Однак розділення способів на діалектичний і метафізичний потребує подальшої конкретизації. На єдиних діалектико-матеріалістичних світоглядних і загальнометодологічних підвалинах в наш час у галузі теоретичного пізнання відбувається інтенсивний процес розвитку двох своєрідних типів теоретичних систем знання: діалектико-логічної і аксіоматичної. Для поз-

начення методів побудови цих систем будемо використовувати категорії розуму і розсудку.

Таке тлумачення цих категорій відрізняється від їх традиційного розуміння, оскільки розум і розсудок виявляються різновидами діалектики і формами розгортання теоретичного пізнання. В їх взаємовідносинах знімаються суперечності «діалектика – метафізика» і «теоретичне – емпіричне». Ці суперечності тепер виражаються в опосередкованому вигляді, оскільки абсолютизація розуму в межах взаємозв'язку розуму і розсудку породжує спекулятивний розум, а абсолютизація розсудку – метафізику. З іншого боку, однобічно розглянутий розсудок вироджується в емпіризм, а відособлення розуму приводить до умоглядного теоретизування.

Безперечно, зміст категорій розуму і розсудку не вичерпується наведеним вище. Але в плані обговорюваної нами проблеми вони будуть розглядатися лише в цьому аспекті.

**М.** Наскільки необхідно вводити ці категорії? Хіба не можна спертися на широко застосовний категоріальний апарат: діалектика, метафізика, теоретичне, аксіоматична система, діалектико-логічна система і т. ін., оговоривши попередньо, які сторони, які компоненти його змісту будуть використовуватися?

**Ф.** Можна, але термінологічно це незручно, а в змістовному плані з'являються зайві складності. Припустимо, що замість термінів «розум», «розсудок» будуть застосовуватися вирази «безпосередня форма вираження діалектичного методу» і «опосередкована форма». Згодом треба оговорити, що мова йде не про пізнання загалом, а про *теоретичне* пізнання. Потім уточнити, що в галузі теоретичного йдеться про *метод* побудови гранично широких теоретичних систем, і ці системи розглядаються не в тій чи іншій науці, а як системи знань, що відображають предметні галузі, які синтезують предмети ряду наук, і, крім того, що ці системи абстраговані від їх конкретного предметного змісту і розглядаються як *логічні* форми теоретичного знання.

**М.** Згідний, Ви праві, за обраного трактування категорій «розум» і «розсудок» обговорення цікавої для нас проблеми буде, принаймні, лаконічнішим. Але, щоб користуватися цими категоріями, необхідно конкретніше з'ясувати їх зміст, чіткіше пов'язати їх з тим, про що ми говорили раніше.

**Ф.** Категорії «розсудок» і «розум», якщо їх розглядати ізольовано, являють собою такі ж ідеалізації реального процесу мислення, якими стосовно об'єктивної реальності постають категорії «якість» і «кількість», «можливість» і «дійсність» і т. ін. Більш повне уявлення про природу мислення можна отримати в тому випадку, якщо ці категорії розглядаються в єдності,

в діалектичному взаємозв'язку. Тим не менше, завдяки тому, що в ряді історично конкретних систем знання єдність розсудку і розуму виявляється в основному через одну з цих сторін мислення, правомірно розглядати їх як відносно самостійні характеристики пізнавальної діяльності, аналізувати категорію «розсудок», тимчасово відволікаючись від змісту категорії «розум», і навпаки.

В кожній науці розсудок і розум органічно переплітаються, їх діалектичний взаємозв'язок, в принципі, може бути виявлений у будь-якій теоретичній системі знань. Але попри все це розсудок і розум не втрачають своєї специфіки і в різних науках проявляються доволі різною мірою. Тому теоретична система, в якій основним, провідним є розсудковий спосіб викладу, буде йменуватися *розсудковою системою*, якщо ж у системі теоретичного знання домінує розум, ми назвемо її *розумовою системою*.

І розсудкові, і розумові системи доволі різноманітні за своїм конкретним змістом, хоч вони необхідно включають деяку єдність, завдяки якій і стають різними виразами одного й того ж способу теоретичного мислення (чи то розсудкового, чи то розумового). Вищою формою вираження розсудкової системи є формальна аксіоматична система, розгорнута алгоритмічно, вищою формою вираження розумової системи є діалектико-логічна система – система філософських категорій. Відповідно, розсудок – це метод побудови першого типу систем, розум – другого.

**М.** Ви постійно змінюєте кут розгляду розсудку і розуму, і тому статус їх стає багатоликим і невизначеним. За їх початкового визначення вказувалося, що розсудок і розум характеризують теоретичне пізнання, і, отже, за своїм змістом вони належать до метатеоретичного знання. Якщо прийняти, що це логічні форми знання, то вони становлять предмет логіки. Формами вони стають у тому сенсі, що абстрагуються від конкретного змісту діяльності мислення, аналогічно таким класичним формам, як поняття, судження і умовивід. Їх відмінність від традиційних форм полягає в тому, що вони мають комплексний, «всеохоплюючий» характер і містять систему більш елементарних форм.

Однак розсудок і розум – не просто форми знання, а методи побудови теоретичних систем. Отже, знання про них належить до методології. Оскільки розгортання теоретичних систем за допомогою розсудку і розуму здійснюється через перетворення логічних форм, а не конкретного предметного змісту, то виходить, що знання про розсудок і розум належить до методології логіки.

**Ф.** Взаємозв'язки між метатеоретичним знанням і методологією є складними і різноманітними, і з'ясовувати їх у повному обсязі не входить у

мої наміри, вони розглядатимуться лише в плані безпосереднього зв'язку з розсудком і розумом.

Метатеоретичним є будь-яке знання, що має своїм предметом теоретичне, останнє іменується базовим знанням. В межах лінгвістичного і формально-логічного підходів метазнання іменується метамовою, а базове знання – мовою-об'єктом. Процес розгортання, викладу метатеоретичного знання являє собою метатеоретичне дослідження чи комплекс метатеоретичних досліджень. Щоб такі дослідження могли здійснюватися, має бути наявний їх предмет – теоретичне. Спочатку все метатеоретичне знання належало до галузі філософії, воно наповнювалося все багатшим змістом завдяки узагальненню досвіду конкретних наук і самопізнанню, тобто осмисленню філософією своєї власної природи, специфіки свого предмету і методу. В даний час різні науки все більшою мірою звертаються до аналізу природи свого знання і створюють свої метатеоретичні побудови.

Виділення з єдиної натурфілософської системи конкретних наук і самосвідомість специфіки філософського пізнання привело не лише до диференціації мета теоретичного знання на окремі галузі, але й до внутрішньої структурної диференціації цих галузей, виникає багаторівневість метатеоретичного знання.

**М.** Тут потрібні роз'яснення. Результатом аналізу теорії постає метатеоретичне знання. Щоб перейти на наступний рівень метатеоретичного знання, тобто до «метаметатеоретичного» знання, необхідно, щоб останнє набуло статусу теорії, а така можливість потребує обґрунтування.

**Ф.** Метавідношення є відношенням між об'єктивованим знанням і знанням про це об'єктивоване знання. Метавідношення властиве вже чуттєвій сходинці пізнання. Нехай є деякий об'єкт, який ми спостерігаємо. В результаті у свідомості виникає образ цього об'єкта. Заплющимо очі. Чи можемо ми «бачити» цей об'єкт? Вочевидь, так. Тільки тепер об'єктом споглядання стає не сам об'єкт, а зафіксоване у свідомості уявлення про нього. Людина здатна поставити питання про те, як співвідносяться результати внутрішнього «бачення» об'єкта (уявлення по реально існуючій об'єкт) з результатами безпосереднього споглядання об'єкта і тим самим перейти на наступний рівень метавідношення.

Розглянуте в гранично загальному плані метавідношення є конкретизацією основного гносеологічного відношення, специфіка його полягає насамперед в тому, що об'єкт метавідношення існує не поза свідомістю, а являє собою об'єктивований образ об'єкта, що існує поза свідомістю.

**М.** Виходить, що будь-яке метазнання – це розділ чи конкретизація гносеології.



**Ф.** Точніше буде сказати, що розробка метазнання необхідно спирається на гносеологічні підвалини, зокрема на вирішення основного гносеологічного питання (про відношення об'єкта і суб'єкта пізнання).

**М.** Нас цікавить не метазнання взагалі, а метазнання, що має предметом теорію. У зв'язку зі специфікою предмету воно повинно мати свої особливості.

**Ф.** Теорія як предмет метадослідження береться не в одиничній, конкретній формі свого існування, а в множині історично сформованих модифікацій, які зіставляються між собою, в них виділяються загальні і специфічні ознаки, в результаті створюється абстрактна, узагальнена модель реально існуючих теорій.

**М.** Якщо метатеоретичне знання має своїм предметом теорію як логічну форму, то воно являє собою логічне вчення.

**Ф.** З одного боку, це розділ логіки, адже логіка в широкому смислі слова досліджує не лише таку форму мислення, як теорія. З іншого боку, метатеоретичне знання логічну форму розглядає як одну з логіко-гносеологічних характеристик теоретичного поряд з іншими характеристиками: об'єктом, предметом, методом та ін.

**М.** Розсудок і розум синтезують усе розмаїття більш елементарних логічних форм, і на цій основі вони постають як синтезуючі логіки, а не розділи традиційної логіки.

**Ф.** Але це своєрідний синтез, він виражається в гранично широкій, комплексній формі теоретичного пізнання, а обмежити предмет логіки межами теоретичного мислення було б неправильним.

Мені здається, Ви занадто наполегливо прагнете віднести і знання, і розсудок, і розум до однієї з галузей: до гносеології, логіки, методології. Я намагаюсь обґрунтувати їх складне переплетення, а Ви відстоюєте їх відокремленість.

**М.** Причину наших розбіжностей я вбачаю в іншому. Нас цікавить зміст понять розсудку і розуму. Це метатеоретичні поняття. Їх не можна однозначно віднести ані до гносеології, ані до логіки, ані до методології. Хотілося б чіткіше з'ясувати співвідношення між гносеологічним, логічним і методологічним аспектами їх змісту, це питання виявилось занадто складним. Але ми почали з'ясування із твердження про багаторівневість метатеоретичного знання. Стосовно розсудку і розуму це твердження породжує таку проблему: яким є статус знання про розсудок і розум, чи може воно набути форми теорії, більше того, як ця теорія розгортатиметься: розсудково чи розумово?

**Ф.** Метатеоретичне дослідження має справу з логічною схемою, логічною моделлю конкретних теорій, і порядок викладу метатеоретичного знання відтворює основні етапи побудови такої моделі. Оскільки існують два типи теоретичних систем – розсудкових чи розумових, то, з позиції предмету, метатеоретичне знання диференціюється на розсудкове і розумове. Але з точки зору логічної форми існування і рівня розвитку, метатеоретичне знання, як і будь-яке знання, повинно пройти спочатку емпіричну стадію і лише згодом набути форми теорії, перетворитися на розсудкову, потім на розумову систему. Як вже відзначалося вище, розсудок властивий і тваринам, але він не усвідомлюється у формі розсудку, аналогічно в галузі людського пізнання «розум існував завжди, лише не завжди у розумовій формі» [1, т.1, 380].

Коли ми узагальнюємо множину реально існуючих теорій, класифікуємо їх на розсудкові і розумові і вводимо вихідні визначення, ми, по суті, проходимо емпіричну стадію в розгортанні метатеоретичного знання. Розсудок і розум в результаті цього постають як абстраговані та ідеалізовані уявлення про методи побудови основних логічних типів теоретичних систем знання – аксіоматичної і діалектико-логічної.

Подальша конкретизація їх змісту здійснюється теоретичними засобами. Ці засоби не можуть бути запозичені зовні, вони є саморефлексією розсудку і розуму. Причому спочатку домінує розсудковий підхід як до розсудку, так і до розуму. Здійснення розсудкової стадії метатеоретичних досліджень приводить до утвердження розумового підходу як провідного. На цій стадії стосовно розсудку розум постає як більш змістовна метамова, а стосовно його самого мова-об'єкт і метамова співпадають.

**М.** Коли йдеться про співвідношення мови-об'єкта і метамови, зазвичай вказують, що остання повинна бути багатшою, змістовнішою, ніж перший. Чому при дослідженні розуму треба допустити виняток?

**Ф.** Через всезагальність філософського знання, природу якого найповніше виражає розум. Категоріальний апарат метамови повинен бути «ширшим за охопленням, ніж поняття самої теорії, підвладної даній метатеорії. І це реалізується в усіх випадках, за винятком філософської науки» [6, 89].

**М.** Всезагальність – це насамперед безконечне багатство інтерпретацій. В такому сенсі всезагальним є і поняття числа.

**Ф.** Це абстрактна всезагальність. Наприклад, число «три» характеризує і три камені, і трьох людей, і три епохи. Філософські поняття, маючи статус всезагальності, водночас мають найбільший ступінь конкретності змісту, адже вони включають кількісну всезагальність як один з моментів,

синтезують у собі всезагальність не лише математики, але й інших ділянок пізнання, багатства форм практичної діяльності.

**М.** Досягнувши метатеоретичного рівня, ми повинні знову повернутися до мови-об'єкта. Метазнання не є самоціллю, воно необхідне для глибшого розуміння і розвитку досліджуваної системи теоретичного знання. Оскільки нас цікавить вдосконалення розсудку, то перехід до саморефлексії розуму, можливо, зайвий, достатньо обмежитися рівнем саморефлексії розсудку.

**Ф.** Без саморефлексії розум не здатний зрозуміти себе і здійснити критичну функцію стосовно розсудку, а тим більше накреслити шляхи вдосконалення розсудку. Інша справа, що для такого вдосконалення він частково трансформується в розсудок. Тут немає нічого дивного. Ситуація в такому разі аналогічна тій, яка має місце при вирішенні метаматематичних проблем власне метаматематичними засобами, наприклад, при доведенні теорем Геделя.

**М.** Давайте безпосередньо перейдемо до емпіричного дослідження розсудку і розуму і перш за все встановимо, що між ними спільного і чим вони відрізняються між собою.

**Ф.** Скористаємось виявленою нами структурою теоретичного і порівняємо розсудок і розум за основними логіко-гносеологічними характеристиками теоретичного.

У гранично широкому смислі слова об'єкт розсудку – це кількість, об'єкт розуму – розвиток. Шляхом абстрагування та ідеалізації ці об'єкти перетворюються на відповідні предмети. Розсудковий предмет постає незмінним у часі, таким, що має несуперечливі, дедуктивно незалежні базові властивості і відношення, які визначаються в системі аксіом. Предмет розуму внутрішньо суперечливий. Властиві йому суперечності становлять джерело його розвитку. Цей предмет являє собою певний етап історичного розвитку послідовності передуючих йому предметів.

Знання про свій предмет і розум, і розсудок прагнуть подати моністично, у вигляді єдиної системи, в кожній з яких покладається начало, відділене від послідовності похідних положень. Розгортання цієї послідовності постає як конкретизація начала, як рух від абстрактного до конкретного. «Розум розсіює породжену розсудком видимість, ніби конкретне і абстрактне суть специфічні атрибути суб'єкта, який пізнає, що належать відповідно чуттєвості і мисленню, і виявляє в кожному понятті конкретну єдність різноманітності. В той час як розсудок вбиває *особливе*, надаючи самотійності абстрактно-всезагальному, розум є пізнанням *особливого*».

Через те, що предмети розсудку і розуму якісно відмінні, спосіб визначення начала і логічні механізми їх розгортання також постають принципово різними. Ось чому в різних формах виявляються і основні *функції* розсудкової і розумової систем: обґрунтування істинності, евристична і прогностична.

**М.** В чому ж виявляється специфіка розумового обґрунтування істинності?

**Ф.** Розум прагне до розкриття «граничних основоположень» будь-якого знання, тобто таких «уявлень, які виступали би як абсолютно гранична опосередковуюча норма будь-якого свідомого відношення до дійсності.

Ця установка на висування «граничних основоположень» пов'язана з прагненням не до екстенсивної повноти знань про зовнішній світ, а до його інтенсивної повноти – до такого охоплення людського досвіду, який вмістив би в собі всі багатство і різноманітність відношень людини до дійсності» [43, 119].

Розсудок прагне досягти точності шляхом встановлення і дотримання так званих «вічних істин». «Гранична і найсуворіша науковість» розуму ґрунтується на тому, що він «ставиться до *будь-якої речі* так, як того вимагає *сутність самої речі*» [1, т.1, 7]. Строгість розуму постає як строгість змістовного розуміння, як цілком предметна, тобто така, що перетворюється на активну здатність суб'єкта, лише тому, що вона адекватна об'єкту і не втрачається за межами формально впорядкованого знання, тобто не фрагментарна, а всезагальна. Строгість розуму досягається не підпорядкуванням понять формальній строгості викладу, а навпаки, підпорядкуванням поняттям формальної, мовнотермінологічної строгості, тому остання стає необхідним допоміжним засобом [43, т.4, 460].

**М.** В процесі критичного аналізу аксіоматичного методу одним з його обмежень було визнано відсутність органічного зв'язку між обґрунтуванням і дослідженням. Як тлумачиться цей зв'язок розумом?

**Ф.** Розум «діалектично знімає протилежність між «готовим знанням» і інтуїтивною формою творчого акту. На місце розсудкової дискурсивності, в якій істина-процес перетворюється на протиставлений творчому рухові застиглий результат, розум ставить свою власну розумову дискурсивність. Остання є лише явним зображенням істини як руху за логікою самого предмету, як розгортання системи його понятійних визначень» [43, т.4, 460].

**М.** Хотілося б з'ясувати специфіку виявлення прогностичної функції розуму.

**Ф.** Прогнозування розсудку не виходить за межі виробленої граничної форми знання. Розум не знає «заборонених» сфер, він не терпить диктату

зовнішньої доцільності (чи буде вона задана як форма, правило і т. ін.), він самостійно здійснює цілепокладання і тому являє собою найповніше втілення суверенності наукового мислення.

**М.** Розум так істотно відрізняється від розсудку, що виникає сумнів у можливості його перетворення на розсудок.

**Ф.** Таку можливість не заперечував навіть Гегель, який різко протиставляв розсудок і розум. «Розсудкова форма науки – це всім наданий і для всіх однаково прокладений шлях до неї, - писав він, - і досягти за допомогою розсудку розумного знання є справедливою вимогою свідомості, яка приступає до науки, адже розсудок є мисленням, чистим «я» загалом; і розсудкове є вже відоме і загальне для науки і ненаукової свідомості, завдяки чому остання в змозі безпосередньо долучитися до науки» [11, 7].

Можливість розсудкового викладу природи розумного методу визнавав К.Маркс. «Якщо б колись знову знайшовся час для таких робіт, - відзначав він, - я з великим задоволенням виклав би на двох чи трьох друкованих аркушах у доступній здоровому людському розсудковій формі те раціональне, що є в методі, який Гегель відкрив, але водночас містифікував» [1, т.29, 212].

**М.** Розсудкове передує розумовому і в реальному історичному процесі розвитку науки перетворюється на нього. Виявляється, що принципово можливе і зворотнє перетворення, тобто перетворення розумного на розсудкове. Але для цього потрібно, щоб саме розсудкове мало необхідні передумови, щоб в ньому була основа для сприйняття розуму. Порівнюючи розсудок і розум за їх визначальною характеристикою – предметом, важко знайти основу для їх синтезу. Предмет розсудку несуперечливий, розсудок відмовляється відтворювати суперечності, в той час як у предметі розуму необхідно покладається суперечність, і він прагне виразити її в найповнішій формі.

**Ф.** Розсудок також відтворює суперечності, лише у своєрідному вигляді.

Так, історично перша система математичних знань була побудована піфагорійцями на арифметичній (дискретній) основі. Тут як «всеохоплюючі» математичні предмети були обрані числа. Прийнятними, раціональними визнавались лише такі предмети, які логічно конструйовані з чисел і числових співвідношень. В межах цієї системи її власними засобами строго логічно доводиться, що таке елементарне відношення, як відношення діагоналі і сторони квадрата, неможливо виразити натуральними числами, їх співвідношеннями. Цікавою є реакція на таке відкриття; його назвали ірраціональністю, тобто вона сприймалася як щось нерозумне, неприйнятне.

**М.** Це природна реакція, адже припущення про існування натурально-го числа, що виражає відношення діагоналі і сторони квадрата, веде до суперечності: якщо припустити, що воно парне, то звідси логічно виводиться як висновок, що воно непарне; якщо ж припустити, що воно непарне, то виводиться протилежне. Те, припущення про існування чого веде до суперечності, насправді ірраціональне. Суперечлива теорія марна, якщо ми прийдемо до суперечності, то ми не можемо лишити його існувати далі, не знецінюючи теорії, в якій воно виникло, - подібного роду переконання поділяє переважна більшість математиків.

**Ф.** Але ж відношення між діагоналлю і стороною квадрата існує. Чому ж раціональним слід вважати лише логічно несуперечливе в системі натуральних чисел? Обмеженість такого критерію фактично була доведена наступним розвитком математики: перехід до геометричної форми як універсальної форми подання математичних предметів («Начала» Евкліда) перетворив те, що раніше вважалося ірраціональним, на раціональне.

**М.** В системі математичних знань, представлених в геометричній формі, так само невідворотно повинен витримуватися принцип несуперечливості, як і у передуючій їй арифметичній системі. Порушення цього принципу і тут буде трактуватися як ірраціональність.

**Ф.** Нова логічно несуперечлива система також необхідно стикається з фактами, які їй суперечать.

**М.** *Історично* всі типи аксіоматичних побудов рано чи пізно стикалися з подібного роду фактами, але як Ви поясните, що це *необхідний* результат логічно несуперечливого розвитку системи?

**Ф.** У відповідності з діалектичним принципом тотожності протилежностей будь-яке явище, будь-який об'єкт суперечливі, виступають як єдність і боротьба протилежностей. Об'єкт математики не є винятком. Його суперечлива природа, у вигляді суперечностей перервного і безперервного, кінцевого і безкінечного і т. ін., виявляється на всіх рівнях пізнання кількісної визначеності (в абстракціях елементарної, вищої і сучасної математики).

**М.** Будь-яке наукове знання, в тому числі і математичне, є відображенням дійсності, причому воно повинно бути *істинним* відображенням, відповідним своєму об'єктові, що найбільш адекватно його відображає. Якщо об'єкт суперечливий за своєю природою, то ідеальним було б максимально суперечливе знання, але ж у системі наукових знань прагнуть реалізувати дещо протилежне – принцип несуперечності.

**Ф.** Тут слід враховувати активність відображення, специфіку пізнавальної діяльності суб'єкта, своєрідність структури знань стосовно структури

об'єкта. *Суперечливість* об'єкта математики через процес відображення відновлюється і в системі математичного знання, але на кожному історично конкретному етапі розвитку математики це відновлення здійснюється через *посередництво логічно несуперечливої* системи знань і сукупності фактів, що їй суперечать.

Математична система виражає знання про деякі предмети (число, геометрична фігура, величина, множина), які в об'єктивно існуючій якості-кількості схоплюють переважно одну з протилежностей (кількість). Друга протилежність (якість) входить у сферу математичних предметів, оскільки від неї не можна абстрагуватися на даному етапі пізнання.

**М.** Ось бачите, Ви мимоволі визнаєте, що природним прагненням суб'єкта, який пізнає, є вигнання суперечності, виділення якоїсь однієї сторони (в даному разі – кількості), яку можна було б розглядати несуперечливо, а інша протилежність допускається до розгляду лише оскільки її неможливо позбавитися.

**Ф.** В такому сенсі найбільш «природним» мисленням стає здоровий глузд, однак наука, і це виразно виявляється в математиці, раз у раз продукує те, що з позиції здорового глузду постає як «неприродне». Пов'язані в дійсності моменти, сторони об'єкта мислення спочатку досліджує в їх розділенні, в їх відокремленні одне від одного. Однак таке дослідження являє собою лише початковий етап пізнання. Для отримання глибшого знання про об'єкт воно вимушене згодом відновлювати цілісність. Навіть цілеспрямовано виокремлюючи одну протилежність (кількість), математика не може повністю в своїх абстракціях позбавитися іншої протилежності (якості). Відображення наявності якості в межах математичної кількості є існування різнорідних математичних предметів (наприклад, арифметичних). Хоч вони і можуть частково виражатися одне через одне, але одні повністю не зводяться до других, і як начала теоретичної побудови беруться окремо.

**М.** Необхідно підвищити рівень абстракції, взявши лише те загальне, що властиво і арифметичним, і геометричним предметам, і ми позбавляємось «якісної» протилежності.

**Ф.** Нова абстракція також має свою протилежність. Вказаний Вами шлях не веде до зняття суперечності. Щоб довести це, давайте доведемо процес абстрагування до граничної форми його вираження: виокремимо те загальне, що властиве числам і геометричним предметам, те загальне, що властиве цьому загальному і його протилежності, і т. ін. В кінцевому рахунку отримаємо чисте буття, тобто сам факт існування, позбавлений будь-яких інших визначень. Але «чисте буття» виявляється тотожним «ніщо»,

про нього можна сказати рівно стільки, скільки про «ніщо» (констатувати факт існування). Прагнення досягти максимальної ізоляції, максимального відокремлення однієї з протилежностей веде до їх злиття.

**М.** Можна спробувати піти іншим шляхом. Оскільки одна з протилежностей тісно пов'язана з іншою, вона повинна виражати зміст іншої протилежності. Зрозуміло, що таке вираження не буде вичерпним, але нам поки його і не треба прагнути.

**Ф.** Цим шляхом і йшов розвиток математичної теорії. За начало теоретичної системи бралася одна з протилежностей, що являла собою загальну форму вираження всього змісту предмету. Скажімо, геометричний відрізок у Евкліда – це не просто геометричний предмет, а загальна форма подання величини (і раціональної, і ірраціональної). Але представлений як загальна форма подання кількості, даний математичний предмет включає як загальні властивості, що відображають єдність перервного і неперервного, кінцевого і безкінечного, так і властивості, специфічні саме для цього різновиду кількості. Через посередництво логічного виведення і загальні, і специфічні властивості розгортаються в систему наслідків. Стосовно них виробляється певний ідеал математичного доведення, математичної строгості, який послідовно прагнуть провести при розгляді всіх математичних предметів. Однак це прагнення повністю нездійсненне, адже специфічні властивості протилежних предметів не піддаються вираженню через властивості предметів, взятих як начала теоретичної побудови. Внаслідок цього в теоретичній системі виявляються такі побудови, які з нею несумісні. Так, піфагорійці, обравши «всеохоплюючими» математичними предметами числа, строгими вважали лише арифметичні доведення. Водночас вони самі строго довели, що відношення діагоналі і сторони квадрату неможливо виразити через відношення обраних ними предметів (чисел). Суперечність, що виникла, розв'язувалась шляхом створення на підставі принципу несуперечності нової теоретичної системи, начало якої повинно було подати у формі єдності і начало попередньої системи, і предмети, що суперечать цьому началу. Суперечність «число-ірраціональність» розв'язалась через обрання геометричного відрізка (неперервного) як начала нової теоретичної системи. Але обране неперервне також являє собою лише один з моментів кількості, і прагнення подати його як вичерпну форму вираження останнього так само обмежене, як і спроба охопити кількість лише через дискретне (числами). Як одна з протилежностей, неперервне може представляти дискретне тією мірою, якою вони перебувають у єдності, але між ними необхідно наявні і відмінності, обумовлені присутністю в неперервному специфічних властивостей. Останні об'єктивно не мають того ступеня загально-



сті, якого йому надають, коли неперервне стає універсальною формою вираження кількості. Ця невідповідність рано чи пізно виявляється, що зовнішньо фіксується як знайдення суперечностей у системі математичних знань.

**М.** Ви постійно підкреслюєте суперечливість системи математичних знань і вільно чи мимоволі ставите принцип несуперечності в підпорядковане становище порівняно з принципом суперечності.

**Ф.** Щоб зняти будь-які неясності і сумніви, заявляю, що в теоретичній системі знань, розглянутій в гранично широкому обсязі, принцип несуперечності відіграє допоміжну роль, адже він виражає можливість встановлення єдності знань на основі однієї з протилежностей, тоді як друга протилежність розкривається лише тією мірою, якою вона "проникає" в іншу і перетворюється на неї. Через таке перетворення вона може бути подана частково. Справжній ідеал теоретичної системи знань пов'язаний з більш глибоким вираженням змісту об'єкта, і ця повнота виявляється не через принцип несуперечності, а через принцип суперечності. Принцип суперечності дозволяє *пояснити* обмеженість несуперечливої аксіоматичної системи, він розкриває необхідність появи суперечливих щодо неї фактів. Крім того, цей принцип стає підставою об'єднання, принаймні, двох аксіоматично побудованих несуперечливих систем (наприклад, арифметичної системи піфагорійців і геометричної системи Евкліда).

**М.** На мій погляд, принципи несуперечності і тотожності суперечностей постають антиподами, поєднання яких є основною трудностю в процесі синтезу розсудку і розуму. Але якщо такий синтез принципово здійснений і має певні підстави в існуючій системі математичних знань, то завдання полягає в тому, щоб визначити основні форми його *конструктивного здійснення*.

## КОНСТРУЮВАННЯ ЯК СИНТЕЗ РОЗСУДКОВОГО І РОЗУМОВОГО СПОСОБІВ ТЕОРЕТИЧНОГО МИСЛЕННЯ В МАТЕМАТИЦІ

**Ф.** Поняття «конструкція», «конструювання», «конструктивна діяльність» все ширше використовуються в понятійному апараті різних наук, але вони не мають поки чітких визначень. Різноманітне їх тлумачення частково склалося історично, частково пояснюється інтенсивною внутрішньою диференціацією конструювання і видозміною його природи в залежності від конкретного характеру того чи іншого виду діяльності. Якщо мати на увазі історико-філософський підхід, то конструювання стосовно домарксистської філософії асоціюється з умоспогляданням, яке здійснюється на підставі логічних правил поза безпосереднім зверненням до чуттєво сприйманого світу і таким, що тлумачиться як дещо домінуюче над цим світом, дещо таке, з чим він необхідно повинен рахуватися. В цьому плані конструювання негативно оцінював Ф.Енгельс, який писав: «Конструювати... результати в розумі, виходити з них як з основи і потім в розумі реконструювати з них світ – це і є *ідеологія*, та *ідеологія*, якою досі страждали і всі різновиди матеріалізму» [1, т.20, 630]. Подібного роду конструювання справді заслуговує негативної оцінки через його суб'єктивність, нехтування природою, сутністю об'єкта. Однак це не означає, що неправомірне будь-яке конструювання. Останнє – необхідна риса методу філософського пізнання. Гегель писав, що «лише на... шляху, що сам себе конструює, філософія... здатна бути об'єктивною, доказовою наукою» [3, 80]. Поняття «шлях, що сам себе конструює» В.І.Ленін вважав принципово важливим для істинного розуміння «дійсного пізнання, пізнавання, руху від незнання до знання» [3, 89]. Конструювання в такому сенсі характеризує рух мислення відповідно до внутрішньої логіки розвитку предмету, воно є розкриттям необхідних, закономірних зв'язків предмету, отримання нового, об'єктивно істинного знання.

**М.** Для мене конструювання досі асоціювалося з іншими уявленнями. Я сприймаю його як характеристику певного способу діяльності, незалежного від її конкретного змісту, тобто принципово здійсненого у сфері як матеріального, так і духовного виробництва. Якщо виокремити його найбільш характерні ознаки і конкретизувати їх стосовно процесу розвитку теорії, то вони можуть бути сформульовані в такий спосіб.

1. Мається на увазі, що процес побудови теорії взятий як предмет аналізу і створена система знань, що дозволяє зрозуміти, що таке теорія і як вона історично формувалася і розвивалася. Специфічним для конструювання є цілеспрямовано здійснюваний *поворот у бік практичного оволодіння процесом побудови теорії*. Воно об'єднує теоретичну мету – зрозуміти і пояснити, що таке теорія і як вона розгортається – з практичною метою – застосувати знання про теорію задля її *вдосконалення*.

2. При конструюванні не покладаються на випадок і удачу, а йдуть *усвідомленим, більш регулярним шляхом*, хоч елементи випадковості і необхідності вибору в різноманітності рівнозначних варіантів повністю не виключаються.

3. В ідеалі конструювання бажано довести до рівня *практичного мистецтва* побудови *нових* теорій. Це мистецтво не передбачає якихось *унікальних* здібностей, але потребує розвитку *певних* здібностей. Воно повинно засвоюватися в процесі *навчання*, а той, хто оволодіває ним, повинен бути здатний не лише практично застосовувати його, але й *навчати* йому.

Хоч реально такий спосіб теоретичної діяльності поки не конструювався, я вірю, що принципово він здійснений. Я просив би Вас допомогти мені ствердитися в своїй думці.

**Ф.** Процес розвитку теорії давно став предметом спеціального дослідження, і в наш час існує обширна, доволі розвинута система методологічного і логіко-гносеологічного знання про нього. Стосовно ж повороту в бік практичного оволодіння процесом побудови теорії, то він виражений поки явно недостатньо. В переважній більшості методологічних і логіко-гносеологічних досліджень теорія описується, роз'яснюється, передбачаються можливі шляхи її розвитку, але проблема доведення результатів цих досліджень до рівня *методики побудови теорії* порушується лише в початковій її формі і епізодично.

Діалектико-матеріалістична філософія не тільки не заперечує правомірність повороту до практичного перетворення історично сформованого способу теоретичної діяльності, але й вказує на його необхідність. У «Тезисах про Фейєрбаха» К.Маркс відзначає: «Філософи в різний спосіб *пояснювали* світ, але справа полягає в тому, щоб *змінити його*» [1, т.3, 4]. Це положення стосується не лише сфери соціально-економічних перетворень громадського життя, але й галузі духовного виробництва. Тезис К.Маркса вказує, що теоретична мета – зрозуміти, з'ясувати явище – закономірно перетворюється на практичну мету – змінити, перетворити, вдосконалити

це явище. Таким чином, перша характерна ознака конструювання в принципі не викликає заперечення і має необхідні підстави для реалізації.

Виділивши другу ознаку, Ви, по суті, констатували, що конструювання повинно бути *методом*. Будь-який метод – це усвідомлений, як Ви висловились, регулярний шлях діяльності, який не позбавляє повністю елементів випадковості, вибору і т. ін. Цю ознаку можна загалом вилучити, назвавши конструювання методом.

Мабуть, найскладніше обґрунтувати третю ознаку. Оскільки передбачається не просто відтворення процесу побудови вже наявних теорій, а створення *нових* теорій, *більш досконалих*, ніж наявні, необхідно попередньо виробити ідеал теорії. Досягнення цього ідеалу стане метою діяльності, мета повинна бути *практично досяжною*. Досягнення мети є *технологічним*, а отже, знання про процес побудови теорії має *нормативний* характер. Подібного роду норми повинні засвоюватися в процесі навчання, однак їх треба не просто засвоїти, але й набути *практичних навичок їх застосування*.

Якщо зіставити всі ці вимоги з основними характеристиками розсудку і з розумінням конструювання як вищої форми виявлення розуму (шлях розумового пізнання, що сам себе конструює), то розрив між ними постає істотним. Може скластися враження, що єдність розумового і розсудкового конструювання має переважно термінологічну форму вираження.

**М.** Термінологічна єдність у даному разі спирається на змістовну єдність. І у випадку саморозгортання розуму, і у вищій формі конструювання розсудку, коли він доходить до автоматизму, тобто в алгоритмі, хоч і в різних формах, має місце закономірне, поетапне здійснення процесу мислення. В першому випадку він спрямовується *внутрішньою логікою розвитку предмету*, в другому – *необхідністю досягнення* наперед заданого *результату*, але в обох випадках має місце *детермінація* кожного здійснюваного етапу. Оскільки конструювання постає як метод пізнання, воно призначене вирішити не одну якусь проблему, а багато конкретних проблем, тобто *масову* проблему. Як і будь-який істинний метод пізнання, конструювання повинно бути *інтерсуб'єктивним*, оскільки не передбачає якихось унікальних пізнавальних здібностей суб'єкта, а постає як логічна форма перетворення предмету. Конструювання спирається на знання про здійснюваний процес мислення, про прийоми, які використовуються, порядок їх слідування і т. ін., і в цьому сенсі є *технологічним*.

**Ф.** Ви так ґрунтовно розкрили спільність між конструюванням розсудку і розуму, що тепер незрозуміло, в чому ж полягає принципова відмінність між ними?

**М.** Перш за все в природі *вихідного предмету*, в *результаті* здійснюваного процесу. При розсудковому конструюванні і те й інше повинно бути задане як *конструктивний* об'єкт. Поки ця вимога обмежено реалізується навіть в доволі вузькій ділянці розсудкової діяльності. Щоб зблизити розсудкове і розумове конструювання, від подання вихідного предмету і результату як конструктивних об'єктів можна відмовитися, залишивши таке подання як свого роду межу, до якої слід прагнути, але досягнення якої не обов'язкове.

Мабуть, найістотніша відмінність між розглянутими видами конструювання полягає в характері зв'язку між вихідним предметом і результатом і в тих засобах, які використовуються на шляху руху від вихідного предмету до результату. В розсудковому конструюванні результат є *вирішальним детермінантом* вибору шляху і засобів перетворення навчального предмету. Останній лише корегує процес перетворення в тому сенсі, що відкидаються всі неможливі етапи і засоби, а в межах можливих перетворень основним критерієм вибору стає результат. Можна сказати, що при розсудковому способі конструювання домінує *телеологічний* спосіб детермінації, майбутній стан вихідного предмету настільки чітко заданий наперед, що метою діяльності стає його досягнення, а логічний механізм перетворення вихідного предмету обирається з міркувань оптимального досягнення результату. При розумовому конструюванні картина істотно інша. Тут вирішальне значення має вихідний предмет, який у єдності з внутрішньою логікою його розвитку є *основним детермінуючим фактором*, а результат визначається постільки, оскільки він продукується логікою з наявного змісту вихідного предмету. Раніше було встановлено, що немає принципових перешкод для синтезу розуму і розсудку, це стосується і процесу їх конструктивного здійснення. Мова повинна йти про те, які конкретно характеристики їх роз'єднують і як синтезувати їх.

**Ф.** Синтез передбачає видозміну компонентів синтезу, якими в цьому разі постають розсудок і розум. Їх не можна звести повністю одне до одного, для встановлення їх глибшої єдності потрібно точніше визначити, що лишиться незмінним у розсудку.

**М.** Впевнений, що розсудок у ділянці математики не відмовиться ані від аксіоматичної системи, ані від алгоритмічного підходу, незважаючи на всі ті негативні моменти, які їм властиві. Тому всі перетворення, що проєктуються, повинні здійснюватися як доповнення і модифікація цих компонентів математичного методу.

**Ф.** При розгляді предметності методу відзначалося, що розум може використовуватися тоді, коли він знаходить свій предмет, яким є процес

розвитку. Якщо треба знайти розумові форми дослідження аксіоматичної побудови і алгоритмічності, то вони повинні розглядатися як такі, що розвиваються у відповідності з принципами розуму. Розум необхідно повинен змінювати свою форму залежно від ділянки застосування. Але при цьому він не може зрадити свої принципи. Таким чином, визначення шляхів перетворення розсудку через синтез його з розумом зводиться до з'ясування форм застосування принципів розуму в ділянці розсудку.

**М.** Для мене ясно, що простого перенесення принципів розуму на розсудкову систему шляхом їх інтерпретації на основоположеннях цієї системи недостатньо. Скажімо, принцип тотожності протилежностей безпосередньо не може бути введений в аксіоматику. Деякі мої колеги припускають, що, «можливо, в майбутньому математика також буде допускати суперечливі системи аксіом» [5, 123], але ніхто навіть приблизно не показав, як це повинно бути зроблено. Передбачається також, що математика буде використовувати «більш гнучку логіку, що дозволяє розглядати не лише точні доведення, але й правдоподібні міркування» [5, 123]. Це реальне припущення, яке вже в наш час спирається на цікаві результати, отримані Дж.Поїа [36] та іншими дослідниками. Висловлені припущення оцінюються таким чином: «Фактично йдеться про глибше проникнення діалектики в математику» [5, 123], хоч, на мій погляд, тут висловлене побажання про необхідність діалектизації математики, але не вказані конкретні форми її здійснення як застосування принципів розуму.

**Ф.** Тим не менше, як було показано в попередньому розділі, об'єктивно існуюча суперечливість у своєрідній формі відтворюється в системі математичних знань.

**М.** Чим допоможе при конструюванні теоретичної системи знання про те, що суперечність об'єкта відтворюється несуперечливо?

**Ф.** Принаймні, необхідно змінити характер її сприйняття. На неї не можна дивитися як на певне зло, від якого слід і можна позбавити предмет математики. Примарними є надії, начебто колись вдасться створити «вічну» несуперечливу систему математичних знань, яка всебічно охоплює предмет математики. Суперечність слід використати в позитивному плані, як засіб перетворення цієї системи знань на нову систему.

**М.** Треба, бажано, але як? Абстрактно міркуючи, можна виділити три варіанти синтезу розсудку і розуму:

а) розсудкове стає істинно розумовим, тобто його предмет трактується як такий, що розвивається, внутрішньо суперечливий, простежується логіка його розвитку в єдності з історичним і т. ін. Але за своєю природою, через свою однобічність, кількісну природу, предмет розсудку не може

претендувати на повноту змістовності і конкретності предмету розуму, стати однопорядковим з останнім.

б) ще менше ймовірна зворотна трансформація – коли розум формалізується, стає більш спорідненим із розсудком і згодом поповнює своїми формалізованими компонентами зміст розсудку;

в) знаходяться проміжні форми синтезу розсудку і розуму, якими є розсудково-розумове і розумово-розсудкове. Під розсудково-розумовим слід розуміти такий метод теоретичної системи, за якого за основу беруться принципи розсудку, модифіковані у відповідності з принципами розуму, в розумово-розсудковому, відповідно, основоположними є принципи розуму, конкретизовані з урахуванням специфіки розсудку. Кожна з цих форм, вочевидь, диференційована на види, є проміжні форми і т. ін.

**Ф.** Якщо в основі розсудково-розумового перебувають принципи розсудку, то його розгортання повинно спрямовуватися кінцевим результатом. Що він собою являє?

**М.** В кінцевому рахунку ідеально було б дати єдиний, гранично широкий аксіоматичний виклад основної частини математичних теорій. Їх аксіоматики являють собою конкретизацію деякої єдиної аксіоматики. Чітко визначені процедури переходу від останньої до конкретніших аксіоматик. Ступінь визначеності вихідної аксіоматики є таким, що вона приймається як істинна переважною більшістю математиків, а достовірність продукування конкретніших аксіоматик і логічного розгортання пропозицій в кожній теорії не викликає сумнівів. Така єдина система потрібна для того, щоб увійти в будівлю математики як у цитадель ясності і достовірності. Для цього слід засвоїти гранично загальну аксіоматику, а згодом крок за кроком просуватися в напрямі засвоєння конкретнішого змісту системи. Ймовірно, подібного роду ідеал надихав Евкліда, Ньютона, він становить серцевину задуму Н.Бурбаки. Ідея єдності у вигляді гранично широкої аксіоматичної системи характеризує ідеал не лише математичного пізнання. Можна послатися на Ейнштейна, який усвідомлював «прагнення знайти для уніфікації всіх галузей науки теоретичну основу, створену мінімальним числом понять і фундаментальних співвідношень, з яких логічним шляхом можна було б вивести всі поняття і співвідношення окремих дисциплін» [45, т.1, 230].

**Ф.** Чим забезпечується єдність такої системи?

**М.** Наявністю єдиного предмету. Різні, причому незалежні властивості і відношення предмету виражаються в різних аксіомах. В системі Бурбаки базовим предметом слугує структура, диференційована на три основні

типи: алгебраїчну, топологічну і структуру порядку. Кожна з базових структур задається своєю аксіоматикою.

**Ф.** Чи перебувають в основі вказаних типів структур якісь загальніші, категоріальні уявлення математичного характеру?

**М.** Це теоретико-множинні уявлення. Біда в тому, що вони внутрішньо суперечливі, хоч їх основні модифікації аксіоматизуються.

**Ф.** Наявність багатства аксіоматичних визначень гранично загального поняття свідчить про те, що існує не єдина аксіоматична система, а комплекс таких систем. Чи можна уніфікувати аксіоматичні теорії множин і створити єдину теорію, аксіоматика якої включала б усі сформовані аксіоматичні визначення множини?

**М.** Створити таку аксіоматику поки не вдалося.

**Ф.** Це тимчасове ускладнення чи є принципово невирішувані труднощі?

**М.** Вирішення питання впирається в усунення парадоксів в основах теорії множин, тобто в розв'язанні тієї кризової ситуації, яка виникла ще на початку ХХ ст. Це третя криза основ математики, якщо розглядати всю її історію. Подолання перших двох криз увінчалось створенням несуперечливих аксіоматичних систем математичних знань. Є надія, що й нинішня криза долатиметься створенням єдиної аксіоматики, яка включатиме нині несумісні основоположення як часткові модифікації. Згадаємо, що в свій час аксіоматики Евкліда і Лобачевського також сприймалися як принципово несумісні.

**Ф.** Припустимо, що в майбутньому справді буде створена така гранично загальна аксіоматика. Чи залишаться за її межами якісь розділи математичних знань, які в принципі не можуть бути до неї включені?

**М.** Мабуть, так. В усякому разі, з теорем Геделя слідує, що в доволі розвинутій аксіоматичній системі може бути сформована пропозиція, яка не виводиться в її межах. Крім того, ця система лишиться в «проблемному оточенні» ще неаксіоматизованих теорій і окремих проблем, які являють собою ембріони майбутніх теорій.

**Ф.** Що для Вас є основним інтересом: єдина система чи її «проблемне оточення»?

**М.** В ідеалі хотілося б, нехай на нетривалому історичному інтервалі, побачити всю математику втіленою в таку систему, але оскільки це практично недосяжно, можна обмежуватися постійним розширенням системи і прагненням максимально інтенсивно трансформувати «проблемне оточення» в систему.



**Ф.** Якщо «проблемне оточення» не буде поповнюватися, воно скоро висохне.

**М.** Це нереальна загроза. Вирішення однієї проблеми породжує цілий комплекс нових і «проблемне оточення» не висохне.

**Ф.** В чому призначення єдиної аксіоматизованої системи математичних знань?

**М.** Оволодіння нею дозволить найбільш раціональним шляхом засвоїти те найважливіше, найістотніше, чого досягла математика в результаті тисячоліть свого розвитку, при цьому мислення засвоюватиме найвищі стандарти достовірності, логічної послідовності.

**Ф.** Виходить, що у співвідношенні єдиної системи і «проблемного оточення» більш значущим є саме друге, адже засвоєння системи лише готує мислення до розв'язання задач у відповідності з певними стандартами достовірності і логічної послідовності.

**М.** Так, ці стандарти є засобом включення віднайденого рішення в єдину систему.

**Ф.** Яким в ідеалі повинен бути процес розв'язання математичних проблем?

**М.** Коротко можна відповісти так: максимально алгоритмічним. Стикнувшись з будь-якою задачею, математик перш за все повинен проаналізувати її з тим, щоб визначити, до якого класу алгоритмічно вирішуваних задач вона належить. Припускається, що більшість математичних задач розбиті на класи і стосовно кожного класу розроблені алгоритми розв'язання чи доведена їх алгоритмічна невирішуваність. Складений своєрідний каталог алгоритмів, а для алгоритмічно не вирішуваних масових задач створені більш часткові алгоритмічно подібні методики. Якщо задача не піддається розв'язанню вказаним вище шляхом, використовуються змістовніші, менш визначені прийоми, подібні до тих, які намагався виявити К.Поппер у так званій ситуаційній логіці [24]. Якщо ж і ці прийоми виявляються непридатними, лише тоді слід звертатися до інтуїтивного пошуку вирішення, який домінує в наш час.

**Ф.** Викладене вище стосується «чистого» розсудку, неясно, чому все це іменується розсудково-розумовим?

**М.** Безперечно, і аксіоматична побудова, і алгоритмічний підхід належать до розсудку. Досі ми їх розглядали як відносно самостійні. Однак вони об'єднуються в єдиний спосіб, і основою такого об'єднання стає фундаментальний принцип розуму – принцип розвитку. Завдяки останньому структурна єдність буде доповнена єдністю генетичною.

Будемо розглядати основні види аксіоматичної побудови як етапи її історичного розвитку. Тоді формальна аксіоматична система постане як вищий етап. Її можна витлумачити як кінцевий результат алгоритмічного розв'язання фундаментальної проблеми – побудови математичної теорії, починаючи з виникнення її основних понять. Між початковим і кінцевим пунктами цього алгоритмічно здійснюваного процесу є багато проміжних етапів, найважливішими з яких є: утворення змістовної аксіоматики, її еквіполентні перетворення і, як наслідок цього, формування групи споріднених аксіоматик, їх синтез, потім перехід до напівформальної і, нарешті, до формальної аксіоматичної систем.

**Ф.** Вищий етап розвитку містить нижчі, але не зводиться до них. У співвідношенні формальної системи і напівформальної має місце зворотне відношення: напівформальна включає формальну, але, крім цього, і ряд змістовних компонентів, вимагає залучення додаткових принципів.

**М.** Однак формальна система утворюється після напівформальної і на її основі. Формальна система простіша за напівформальну в *структурному* відношенні, але складніша за неї з точки зору *методу формування*. Дійсно, візьмемо за вихідну емпіричну систему знань і будемо послідовно переводити її на рівень змістовної, напівформальної і формальної аксіоматичних систем. Утворення формальної системи додає ще один комплекс прийомів і засобів перетворення. Іншими словами, вона являє собою продукт складнішого методу дослідницької діяльності, в якому нас цікавлять власне теоретичні побудови.

**Ф.** В основі обговорюваної програми конструювання перебуває не стільки принцип розвитку, скільки структура дослідницького циклу, розглянутого в четвертому розділі даної роботи, що включає такі етапи: постановка проблеми, ідея, гіпотеза, достовірне знання. Проблема полягає в тому, щоб алгоритмічно здійснити перехід від утворення початкових понять теорії до подання її у вигляді формальної аксіоматичних системи. Вочевидь, Ви виходите з того, що оскільки такий перехід неодноразово мав місце в історії, то він відтворюваний свідомо, більше того, здійснений алгоритмічно.

**М.** Про масштабність аксіоматичної організації математичних знань на рівні змістовної і частково напівформальної систем можна судити з «Елементів математики» Н.Бурбаки. Значно вужчою є ділянка поширення формальної системи, але перспективи її подальшої еволюції доволі привабливі. Почати треба буде з аналізу найпростіших теорій, що досягли рівнів формальної системи (скажімо, з обчислення висловлювань). В результаті цього виявляться переходи від одного етапу побудови теорії до другого, які формалізуються і подаються як окремі кроки чи комплекс кро-

ків єдиного алгоритму. Зрозуміло, що цей процес не є таким, що піддається алгоритмізації повністю, але при всій гіпотетичності його окремих компонентів він уявляється принципово здійсненним. Спираючись на виявлені алгоритми, можна буде конструктивно перетворювати напівформальні системи на формальні. Дослідивши в аналогічний спосіб перехід від змістовних теорій до напівформальних, будемо мати засоби для перекладу змістовних теорій, що не досягли поки рівня напівформальної системи, на цей рівень. Нарешті, алгоритмізація процесу утворення змістовної теорії дозволить трансформувати певну частину «проблемного оточення» у змістовні аксіоматичні теорії.

**Ф.** Точніше буде сказати, що конструюється логічна форма змістовної теорії. І загалом, у межах накресленої програми конструювання буде приводити до утворення не теорій як таких, а різних логічних форм їх існування.

**М.** Якщо це форми існуючих теорій, то виходить, що на обраному шляху ми нічого не отримаємо. Із цим не можна погодитися, адже до завершення конструювання теорії не було в наявності.

**Ф.** Логічна форма постає як інваріант при переході від відомого знання до нового знання. Ця обставина була підкреслена ще Аристотелем, який вказував, що форма знання необхідно пов'язана з відомим знанням і водночас не є формою "безумовного знання". Виявлена на певному конкретному матеріалі, вона завдяки відносній самостійності стосовно цього матеріалу, може бути накладена на інший матеріал, завдяки чому в останньому виявляються такі властивості і відношення, які до того не були відомі. Важливо уникати двох крайнощів: консервативного і релятивістського витлумачення форми знання.

При консервативному витлумаченні процес розвитку знання трактується як наповнення якісно новим матеріалом логічних форм, які істотно не змінюються і які при цьому скоріше по-новому комбінуються, ніж піддаються якісним перетворенням чи породжують принципово нові форми. Подібного роду витлумачення спирається на порівняльний аналіз діяльності мислення історично відмінних періодів. З точки зору конкретного змісту, знання фактів, інформативності, твори древніх виглядають в ряді моментів найвими, недосконалими. Однак сама манера міркування, стиль мислення, логічність, множинність прийомів і способів логічного аналізу не лише не справляють враження чогось «найвного», але часом вражають своєю глибиною і вишуканістю. З точки зору логічної послідовності, мистецтва міркування, твори Платона, Аристотеля, Евкліда, Архімеда були і лишаться класичними.

На цій основі може бути зроблений висновок, що логічні форми мислення якщо і змінюються, то зміни їх важко вловимі. Скажімо, ми не можемо достеменно стверджувати, що древніми не використовувалася якась з відомих нині фігур силогізму. Є й сучасніші дані, які ніби підтверджують цей висновок. Наприклад, створення теорії відносності, яке є революційним перетворенням *змісту* фізичної науки і її методологічних установок, не внесло якихось істотних змін в *аксіоматичну* форму організації фізичного знання порівняно із системою Ньютона.

При *релятивістському* витлумаченні логічної форми підкреслюється, що лише з точки зору нової форми наявний чи наново отриманий конкретний матеріал осмислюється як новий, як свідоцтво розвитку знання. Тут отримання нового пов'язується переважно з отриманням нових форм знання. Аргументація консервативної концепції нейтралізується вказуванням на те, що древнім не були відомі ані діалектико-логічна, ані формальна аксіоматична система, ані теорія алгоритмів і т. ін.

**М.** Якщо і перше, і друге витлумачення форми знання незадовільні, то якою є більш оптимальна концепція?

**Ф.** Форма знання необхідно пов'язана зі змістом і не може бути повністю відділена від нього, так само як будь-який зміст необхідно оформлений. Разом з тим форма відносно незалежна від того змісту, який вона включає, одна й та ж форма може використовуватися для вираження різного змісту. Аналіз історії пізнання переконує, що поява нових форм йшла значно *повільніше*, ніж продукування нового змісту. З точки зору розвитку логічної форми, багато досліджень не можуть кваліфікуватися як отримання нового знання, тоді як у змістовному плані нове знання наявне. Величезна різноманітність дослідницьких процесів, яка розглядається з позицій зміни не лише логічної форми, звужується до практично підвладних огляду меж. У цих межах предметом вивчення стають переходи від однієї логічної форми до другої. Особливо слід підкреслити важливість комплексної природи логічної форми, її внутрішню структуру. Елементарні форми, що складають дану форму, відзначаються більшою стабільністю, ніж цілісність. Має місце тенденція до *підвищення змінності* логічної форми залежно від ступеня її *складності*. Такі елементарні логічні форми, як поняття, судження, умовивід, найбільш стабільні, і основні логічні фігури їх поєднання мало підвладні змінам в історичному розвитку. При переході до складніших форм змінність виявляється більшою мірою. Коли йдеться про розсудок і розум, то розуміють, що дослідженню підлягають гранично складні на даному історичному етапі логічні форми теоретичного знання, які в якості своїх компонентів містять елементарні форми.

**М.** З урахуванням зроблених роз'яснень, як класифікується викладений вище напрям конструювання?

**Ф.** Воно здійснюється над однією з основних характеристик теорії, а саме, над логічною формою організації знання. На кожному етапі чітко задаються *вихідний* і *конечний* пункти перетворення. Завдяки конечності послідовності таких етапів найостанніший етап (алгоритмізована формальна система) вже не може бути перетворений на більш високий етап. На обраному шляху конструювання може йтися лише про «підтягання» існуючих теорій до цієї граничної логічної форми. Завдяки тому, що ми маємо справу з логічною формою, немає жодних перешкод конструюванню в межах будь-якої розсудкової системи. Водночас ефективність конструювання істотно залежить від того, якою мірою перетворювана логічна форма акумулює зміст теорії. Конструювання у площині логічних форм повинно бути доповнене, а вірніше, злите воедино з конструктивним розгортанням конкретності змісту, з конструюванням у предметній площині.

**М.** Поглиблення конкретності змісту досягне на обраній аксіоматичній основі двома способами. По-перше, *доповненням* вихідних аксіом обраної якісно своєрідної ділянки новими аксіомами, як, наприклад, при створенні аксіоматики кільця на основі аксіоматики групи і т. ін. По-друге, *комбінуванням* аксіом якісно відмінних теорій. Таким шляхом може бути розкритий, наприклад, зміст топологічної алгебри, що вивчає структуру, яка визначається одним чи кількома законами композиції і однією топологією, пов'язаними певними умовами.

**Ф.** Не применшуючи значущості проаналізованого способу конструювання, відзначу все ж, що він є переважно розсудковим, адже заздалегідь визначена як вирішальний детермінант та логічна форма, яка в кінцевому рахунку повинна бути досягнута. Предметна площина тут включається в дослідження як щось похідне від площини знання, а тому мотивація, обґрунтування вибору конкретизуючих чи доповнюючих аксіом, як це має місце в системі Бурбаки, виявляються прихованими або мають характер зовнішнього покладання. Даний напрям конструювання не виводить за межі тієї предметної ділянки, яка була визначена на рівня змістовної теорії, адже наступна формалізація лише «очищує» вихідний предмет від конкретних ознак, але не дає можливості перетворити його на предмет іншої змістовної теорії.

**М.** Що Ви пропонуєте?

**Ф.** Перейдемо на позиції розумово-розсудкового конструювання. Воно передбачає виділення певної системи знань сучасної математики і знаходження історично передуючих їй систем. Необхідно якомога детальніше

здійснити періодизацію історичного процесу і виділити послідовність систем, що заміняють одна одну. Порівнюючи їх між собою, побачимо, чим одна з них відрізняється від попередньої і наступної. В переходах між системами слід знайти інваріанти, логічні процедури, сукупність яких постане як *логіка історичного розвитку*. «Накладаючи» цю логіку на сучасну систему знань, можна буде перетворити останню на систему знань майбутнього.

**М.** Загальна схема зрозуміла. Ось лише реалізувати її складно. По-перше, що означає «виділити сучасну систему знань» – брати всю математику чи якийсь її розділ, скажімо, алгебру, теорію ймовірностей, топологію? Що повинно простежуватися як змінне чи таке, що зберігається в межах обраної системи? Далі, щоб у послідовності історично змінних систем можна було виявити закономірність, кожному з них треба подати як модифікацію певної єдиної загальності. Ступінь конкретності цієї загальності вирішальним чином визначає змістовність виявленої закономірності.

**Ф.** Має сенс подібного роду загальність шукати у визначальній характеристиці теоретичної системи знань, тобто в її предметі. В такому разі проблема полягає в тому, щоб виділити деякий загальний предмет і розгорнути його зміст таким чином, щоб основні етапи розгортання співпадали з історичними етапами розвитку предмету математики чи якогось її розділу. Визначення предмету береться як підґрунтя побудови аксіоматичної системи. Залежно від рівня визначення предмету змінюються його властивості. Визначення можуть бути взаємно виключними, як і аксіоматично побудовані знання про ці дві системи. Такою приблизно є «стратегічна лінія» здійснення розумово-розсудкового способу конструювання.

**М.** Яким є вихідний предмет, який перетворюється на послідовність конкретніших предметів?

**Ф.** Ним не може бути предмет нематематичний. З іншого боку, це не повинен бути предмет конкретного математичного напрямку, оскільки він призначений охопити предмети множини напрямів. Виходить, що таким предметом є предмет загальної математичної теорії. Для математики загалом таким предметом, мабуть, виступає множина.

**М.** Про те, що поняття множини є фундаментом сучасної математики, ми дізналися відносно нещодавно. Якщо взяти в якості моделі предмети існуючих і історично попередніх теорій, то логіка розгортання такого предмету буде не стільки логічною реконструкцією історичного процесу, скільки логічним поверненням від сучасних уявлень до більш ранніх, конкретніших предметних утворень, адже ми починаємо з більш високого рівня загальності, який не був знайдений на історично попередніх етапах.

**Ф.** Обґрунтувати правомірність подібного роду перенесення в минулому сучасних уявлень не становить особливих труднощів. Адже уявлення про множину, незалежно від того, якою мірою усвідомлювалась її загальність, використовувалося фактично на найбільш ранніх етапах розвитку математичної думки, ще до того як виникло число. Так що в даному разі логічно вихідне є й історично вихідним.

**М.** Перейдемо до конкретнішого аналізу. Припустимо, що ми взяли якусь математичну теорію, викладену аксіоматично. При такому викладі абстрагуються від процесу розвитку. Вона розгортається як постале знання.

**Ф.** Тим не менше теорія історична, і важливо зрозуміти її не просто як щось постале, а як процес розвитку, в якому наявні нижчі і вищі етапи.

**М.** Для окремо взятої теорії нижчими будуть її стани, історично попередні стосовно того, в якому вона перебуває в наш час. Але як визначити її вищі етапи розвитку?

**Ф.** Необхідно вийти за межі даної теорії і порівняти її з іншими. В результаті порівняння буде виявлено, яка з теорій більше розвинута, яка менше.

**М.** Порівняння передбачає наявність єдиної основи.

**Ф.** Як таку основу доцільно використати рівень розвитку логічної форми, пам'ятаючи, що це лише один з критеріїв. Він ефективний при зіставленні предметно-однорідних теорій. Класифікація теорій з різнорідними предметами передбачає перехід від одного з них до другого через діалектичне заперечення.

**М.** Кожен предмет має чимало властивостей і відношень. Що підлягає запереченню, а що буде перенесене у протилежний предмет?

**Ф.** Спрямованість заперечення буде конкретизована, якщо обраний предмет дослідити генетично, в процесі його становлення і розгортання, порівнюючи перехід від попереднього предмету до даного з переходом від генетично ще більш раннього до попереднього. Виділивши дещо спільне в цих переходах, будемо мати підставу для перетворення даного предмету на новий предмет. Причому в процесі такого переходу повинна розв'язуватися суперечливість вихідного предмету.

**М.** Звернення до генезису – це копіткий історичний аналіз. Безперечно, він повчальний, іноді при його здійсненні може виникнути оригінальна ідея, однак доводиться відсунути вбік проблему, що безпосередньо вирішується, і зайнятися чимось більш далеким. Недарма в існуючій системі математичної підготовки спеціалістів історія математики якщо і викладається, то доволі коротко.

**Ф.** З позицій розуму історичний аналіз оцінюється істотно по-різному. Перш за все він необхідний як засіб обґрунтування даної, безпосередньо досліджуваної теоретичної системи знань.

**М.** Обґрунтування правомірне, якщо воно проводиться як доведення, а не у вигляді історичних ілюстрацій чи аналогій.

**Ф.** Йдеться не про ілюстрації чи аналогії, а про розкриття *внутрішньої логіки історичного розвитку*, про послідовне проведення принципу єдності історичного і логічного. Стосовно філософського пізнання Гегель вказував, що історично попередні системи «являють собою частково лише одну» філософську систему, вищою формою вираження якої є сучасний рівень знань [12, 31].

Принцип єдності історичного і логічного з послідовно наукових, матеріалістичних позицій проводить у "Капіталі" К.Маркс. Цей принцип виконує в єдності дві функції: постає обґрунтуванням об'єктивної необхідності досліджуваної системи і одним із засобів перетворення її на якісно нову систему. К.Маркс "довівши необхідність сучасного порядку, довів і необхідність іншого порядку, до якого неодмінно повинен бути зроблений перехід від першого, байдуже, думають про це чи ні, усвідомлюють чи ні" [1, т.23, 18].

**М.** Є доволі проста ілюстрація, яка, за моїм уявленням, задовольняє всім вимогам розумно-розсудкового конструювання.

Візьмемо натуральний ряд чисел: 1, 2, 3, 4, ..., в якому визначена операція  $a+b=K$ . Розширимо множину вихідних даних (здійснимо *процедуру розширення*), в результаті отримаємо операцію складання  $n$  вихідних даних:

$$\underbrace{a + b + c + \dots + m}_n = K$$

Здійснимо *процедуру спеціалізації*, яка полягає в тому, що всі вихідні дані беруться рівними між собою. В результаті отримаємо нову операцію: множення двох чисел  $a \cdot b = K$ . Над нею, як і над операцією складання двох доданків, здійснимо процедуру розширення (в результаті утворюється операція множення  $n$  множників:  $a \cdot b \cdot c \dots = K$ ), а потім процедуру спеціалізації (внаслідок чого формується операція множення рівних множників, чи операція піднесення в ступінь двох чисел:

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_b = a^b$$

На базі кожної з операцій (складання, множення, піднесення в ступінь) однаково створюються зворотні щодо них операції. У прямій операції ві-



домими виступають вихідні дані, а невідомим – результат. Будемо предикат "невідоме" переносити з результату на кожне з вихідних даних. Тоді пряма операція породжує дві зворотних. У випадку комутативної прямої операції зворотні операції зливаються в одну (віднімання для складання і ділення для множення), при некомутативній прямій операції (піднесення в ступінь) утворюються дві різні зворотні операції. Виконання зворотних операцій приводить до необхідності розширення вихідної числової ділянки (натуральних чисел). Щоб віднімання було здійснене в загальному випадку, треба ввести цілі числа, для ділення – раціональні і т. ін.

Наведена ілюстрація належить до математичних предметів, вона підкреслює однаковість процесу їх формування: різні прямі операції вводяться однією й тією ж послідовністю процедур розширення і спеціалізації, зворотні операції – шляхом перенесення предикату "невідоме" з результату прямої операції на її вихідні дані, нові числові ділянки утворюються для задоволення однієї й тієї ж вимоги здійсненості відповідних зворотних операцій. Нез'ясований лише статус розгортання процесу і виконуваних при цьому процедур. В усякому разі, це не доведення в строгому смислі слова і не утворення чогось невідомого, хоч, коли ми формуємо наступну пряму чи зворотну операцію, можна зробити вигляд, начебто до цього про неї нічого не було відомо.

**Ф.** Слід звернути увагу, що описаний процес є схематичною логічною моделлю історичного розвитку вихідних математичних предметів. Важлива сама ідея розгляду процесу їх формування як *процесу розвитку*, істотним також є те, що розвиток закономірно може бути поданий як набір логічних процедур, що він логічно реконструюється при співпадінні вузлових етапів такої реконструкції з реальними історичними етапами. Історично спочатку виникають натуральні числа і найпростіші операції над ними (складання, віднімання), пізніше складніші (множення, ділення, піднесення в ступінь, видобування кореня). На основі натуральних чисел утворюються цілі і натуральні числа.

Віднімання  $a - b$  при  $a < b$ , суперечить поняттю натурального числа, так само як ділення суперечливе в ділянці цілих чисел, а видобування кореня – в ділянці раціональних. Усі ці суперечності, "ірраціональності" знімаються розширенням поняття числа. Подібного роду розширення являють собою конкретну форму діалектичного заперечення. Наприклад, від'ємні числа  $a - b$ , коли  $a < b$ , спочатку розглядаються як частковий випадок натуральних чисел, останні мисляться як базова, універсальна числова сукупність. З часом від'ємні числа все більше набувають статусу рівноправних елементів числової ділянки поряд з натуральними. Коли вво-

диться поняття числа, і натуральні, і від'ємні числа стають різновидами цілих чисел.

Таким чином, у наведеній Вами ілюстрації можна знайти ряд елементів розумного конструювання: розгляд предметної ділянки як такої, що розвивається, перехід від вихідних абстрактних предметів до більш конкретних, співпадіння історичного і логічного, принцип суперечності, діалектичне заперечення. Всі ці елементи виявляються тут у своєрідній формі, але ступінь їх прояву вищий, виразніший, ніж у раніше розглянутому напрямі конструювання, в основі якого перебуває відтворення заздалегідь заданої послідовності логічних форм аксіоматичної організації знань. Якими є евристичні можливості такого конструювання?

**М.** Логічна реконструкція переходів від тих предметів, що мали місце в минулому, до нових може бути використана для імовірнісного прогнозування переходів до майбутнього стану предметної ділянки. Щоб було зрозуміло, про що йдеться, продовжимо розгляд введеної вище ілюстрації.

Вона була перервана на операції піднесення в ступінь  $a^b = K$

Збільшивши число вихідних даних цієї операції, отримаємо операцію

$$a^{b^{\dots m}} = K$$

Здійснимо процедуру спеціалізації вихідних даних  $(a^{a^{\dots a}} = K)$ , в результаті утворюється нова пряма бінарна операція  $aT4v = K$ . Символ  $T4$  подає цю операцію як пряму бінарну операцію четвертого рівня. Операція складання буде трактуватися як операція першого рівня ( $aT1v = K$ ), множення – другого ( $aT2v = K$ ), піднесення в ступінь - третього ( $aT3v = K$ ). Використовуючи процедури розширення і спеціалізації, неважко сформулювати операції п'ятого, шостого,  $n$ -рівня. Кожна з них допускає утворення двох зворотних операцій, а вимога, щоб зворотні операції виконувалися в загальному випадку, приводить до конкретизації і доповнення раніше введених числових ділянок.

**Виявлене в минулому стійке поєднання логічних процедур дозволяє більш цілеспрямовано здійснювати історично поки не реалізовані переходи, адже практично прямі бінарні операції вище третього рівня не використовуються.**

**В цьому конкретному випадку вдалося виявити набір процедур, що закономірно подають історичні переходи і тим самим стверджують**

існування внутрішньої логіки розвитку математичної теорії. Однак існування такої логіки в загальному плані потребує більш вагомого обґрунтування. Теорії створюються в різні історичні епохи, різними поколіннями дослідників, під дією істотно відмінних стимулів, і в цьому сенсі кожна теорія являє собою щось індивідуально неповторне, щось специфічне, а не втілення якоїсь єдиної логіки.

**Ф.** Існування внутрішньої логіки розвитку, попри загальні положення про закономірний характер пізнання, підтверджується рядом фактів. Зверніть увагу на паралельне одержання одних і тих же результатів дослідниками різного психологічного складу мислення, працюючими у відмінних умовах. Коли в існуючій системі математичних знань складаються необхідні передумови, новий результат ніби "витає у повітрі", і за наявності певних суб'єктивних даних його майже одночасно знаходять у кількох варіантах багато вчених. Подібного роду ситуації, такі характерні для сучасної науки, спостерігалися і в минулому. Всі основні переломні моменти в розвитку математичної науки, як правило, розв'язувались зусиллям не одного, а кількох, незалежно один від одного працюючих вчених. Так, створення аналітичної геометрії пов'язують з ім'ям Декарта, але близьку концепцію розробляв і Ферма. Найповніше ідеї неевклідової геометрії розробив і виклав М.І.Лобачевский, але до відкриття цієї геометрії підійшли і Гаус, і Бойяї. Мають місце і такі випадки, коли певний результат був отриманий, згодом втрачений і забутий, а в нових історичних умовах інше покоління дослідників його знову відкрило.

**М.** Сумнів в існуванні внутрішньої логіки розвитку математики в мене виник у зв'язку з тим, що вона постає доволі своєрідною порівняно зі звичайною логікою. По-перше, неясним є статус процедур розширення, спеціалізації і деяких інших, які до неї належать. На відміну від звичайної логіки вона виявляється не в площині знання, а в предметній площині. Основний напрям її розгортання повинен співпадати з генезисом математичних предметів, а він йшов від конкретнішого до загальнішого, водночас, як і будь-яка логіка, вона повинна здійснювати рух від абстрактного до абстрактно-конкретного. Попри те, що вона ніби відокремлює предметну площину, в кінцевому рахунку виявляється, що результат її застосування співпадає з використанням механізму звичайної логіки в площині знання.

**Ф.** В чому виявляється це співпадіння?

**М.** У прикладі з основними операціями і видами чисел математичні предмети постають як результат розгортання внутрішньої логіки, ці ж предмети зазвичай вводяться на тій же основі (натуральний ряд, операції складання і віднімання) аксіоматично, відповідно до принципу розширен-

ня. Суть даного принципу полягає в тому, що, виходячи з генетично передуючої множини  $M$ , ми створюємо надмножину  $N$ , в якій зберігаються операції над елементами  $M$ , причому в  $N$  вони можуть мати властивості, яких в них не було в  $M$ . Так, в системі позитивних раціональних чисел не завжди можна виконати операцію видобування кореня, а в системі позитивних дійсних чисел цю операцію завжди можна виконати.

**Ф.** Принцип "розширення" характеризує не стільки сам процес генезису, скільки погодження його результату з вихідною системою. При розширенні заданої аксіоматики заздалегідь відомо, до яких меж і за рахунок чого воно буде здійснене. При генезисі створюється та галузь, до меж якої в подальшому буде здійснюватися розширення. Втім, вже та обставина, що генетичне конструювання зливається в своїх результатах з аксіоматичною побудовою, свідчить про те, що ця форма розумово-розсудкового цілком прийнятна для математики.

**М.** Раніше розглянутий напрям конструювання логічних форм також може бути поданий як розумово-розсудковий, якщо в переходах від одного етапу конструювання до другого будуть виявлені стійкі поєднання логічних процедур. Накладення цих процедур на найвищу логічну форму (формальну у систему) дозволить гіпотетично представити *нову форму*, своєрідну "*постформальну систему*".

Однорідність підходу до логічних форм у площині знання і предметній площині дозволяє тісніше об'єднати їх, принаймні, в процесуальному аспекті. Цікаво було б знайти і єдиний субстрат, що об'єднує ці площини.

**Ф.** Мені здається, як сполучну ланку слід взяти символіку, сформувати символічну модель, в якій буде виражено те загальне, що властиве кожній із вказаних площин. Перетворення такої моделі з одного стану на інший здійсненне змістовними процедурами, а, взятий відокремлено, кожен з таких станів може розглядатися як предметна площина, зміст якої необхідно конкретизувати аксіоматично. Єдність предметної площини і площини знання не означає, що їх конструктивна побудова повинна бути синхронною. Скоріше навпаки, конструювання предмету, як правило, повинно передувати конструктивній діяльності в площині знання.

**М.** При розумово-розсудковому способі конструювання, незалежно від того, здійснюється він у межах загальної моделі обох площин чи в одній з площин, ми постійно пов'язані з реальним історичним розвитком, і цим обмежуються можливості конструювання. Водночас розсудок послідовно не дотримується єдності історичного і логічного, і в цьому я не вбачаю недоліку. Математичні предмети є жорсткими, "вічними", їх перетворення мають оборотний характер, вони постають як позаісторичні в тому сенсі,

що одного разу виникнувши, не знищуються, не відкидаються в наступному, а наповнюються новим змістом, уточнюється ділянка їх застосовності у зв'язку з виникненням нових предметних ділянок, нових теорій.

**Ф.** Історичне – це не тільки зміна теорії в часі, але й постійно змінна конкретність чуттєво сприйманого емпіричного базису науки.

**М.** Саме відрив від такого базису, а не посилення зв'язку з ним, відкрив перед математикою принципово нові горизонти, дозволив їй розвиватися з випередженням запитів фізики та інших наук. Якщо жорстко дотримуватися емпіричної даності, наприклад, у геометрії, то не вдасться вийти за межі евклідової геометрії. Не утруднений однозначним зв'язком з емпіричною основою, конструктивно здійснюваний процес породжує широкий спектр можливих логічних теорій.

**Ф.** Дійсно, діалектика реалізується "в історії частково, в мисленні повною мірою" [1, т.1, 328]. Тому не можна занадто жорстко пов'язувати конструктивну діяльність з тим, що було чи реально існує. Кожний етап доцільно розгортати у множину можливих станів, з яких буде обиратися оптимальний не лише з точки зору історичного, але й з точки зору бажаного майбутнього. Однак без звернення до історичного неможливо виявити первинний механізм логіки, який відтворює закономірний плин процесу розвитку. Коли ж він вже є, тоді правомірно ставити питання не просто про логічну реконструкцію історичного, але про побудову не реалізованих в реальному процесі розвитку можливих моделей минулого, про створення проектів подальшого розвитку теорії. Вихідний механізм логіки природно стає предметом критичного аналізу, виявляються його позитивні і негативні сторони.

**М.** Цікаво було б критично розглянути описаний вище розумово-розсудковий спосіб конструювання.

**Ф.** Логіка дослідженого процесу розвитку основних видів чисел і операцій над ними має *еволюційний* характер, тому її конструктивні можливості зводяться до *екстраполяції* минулого на майбутнє. Вона має евристичну функцію, але результат її використання – це не механізм розв'язання актуальних в наш час проблем, а продукування нових предметів, які закономірно утворюються як підсумки попереднього розвитку. Зверніть увагу на те, що в розглянутій ілюстрації утворювані за допомогою виявлених процедур операції четвертого, п'ятого і вищих рівнів не використовуються в математиці. Історично після раціональних чисел здійснюється перехід до дійсних чисел, а не до тих, які можуть бути конструктивно побудовані на основі процедур. Таким чином, те, що вище подано як розумово-розсудкове, є

доволі схематичним відтворенням внутрішньої логіки розвитку математики. Це одна з її ілюстрацій, до того ж доволі бідна в евристичному плані.

**М.** На щось більше наведена ілюстрація не претендувала. Справа не в ній. Питання в тому, яким чином підвищити евристичність розумово-розсудкового?

**Ф.** Частково це можна зробити шляхом конкретизації виявлених логічних процедур. Еволюційний характер логічної реконструкції історичного багато в чому визначається їх стабільністю, індиферентністю до особливостей різних етапів. Якщо на основі виявленої стійкості процедур буде віднайдений і закономірний характер їх зміни, з'явиться можливість посилити якісний компонент логічної реконструкції.

**М.** У розумово-розсудковому явно присутні характерні риси розуму, але, мабуть, це не межа наближення до останнього. Чи є способи подальшого посилення розумового компоненту в побудові математичних теорій?

**Ф.** Загалом, так. Найістотніше – це свідомо задати предмет теорії як суперечливий і тим самим знайти внутрішній, об'єктивний "двигун" її розвитку. На жаль, не можу запропонувати Вам навіть одного прикладу розгортання діалектичної системи математичних знань з вихідної "клітинки", подібного до того, що здійснено в "Капіталі". Можливо, що такою клітинкою є елементарний символ, який згодом "стає" множиною, остання переходить у найпростішу систему, а далі має місце внутрішня диференціація останньої на протилежні типи. Переходи від однієї протилежності до другої повинні включати не лише еволюцію, але й стрибки, причому в своєрідній формі, типу граничного переходу. Поки це тільки припущення.

**М.** Вони також не є некорисними, адже конкретизують, принаймні, напрям пошуку і вказують на той загальнометодичний апарат, який при цьому буде використовуватися – принципи, категорії і закони матеріалістичної діалектики.

**Ф.** Знання цього апарату недостатньо. Його слід ніби «перевідкрити» в специфічній формі, органічно пов'язаній з конкретним змістом математичної науки, вивести з конкретного матеріалу. "...Виконати це систематично і в кожній окремій галузі є гігантською працею" [1, т.1, 175].

**М.** Конкретна реалізація форм конструювання на матеріалі окремих математичних теорій – це, мабуть, наступний етап дослідницької роботи. Тепер має сенс коротко підвести підсумки проведеного аналізу. Наскільки я міг зрозуміти, до основних форм конструювання належать:

а) формалізація і алгоритмізація процесу перетворення логічних форм при розгортанні змісту теорії, починаючи з виникнення її вихідних понять і

закінчуючи втіленням у формальну аксіоматичну систему, як послідовне проходження основних етапів дослідницького циклу;

б) логічне відтворення генезису цих форм і екстраполяція на майбутнє виявлених в процесі генезису закономірностей;

в) виявлення внутрішньої логіки розвитку предмету теорії і розкриття не тільки історично реалізованих, але й логічно можливих його станів;

г) розкриття внутрішньо властивих предмету математичної теорії суперечностей і визначення специфічних способів їх розв'язання, які свідомо використовуються для формування нових предметів.

Виділені форми становлять загальний фундамент пошуку диференційованої системи засобів і прийомів конструктивної розробки певних теорій.

**Ф.** З цікавістю слідкуватиму за роботою в цьому напрямі. В ході її, вочевидь, будуть виявлені нові елементи в багатьох розглянутих нами питаннях, але безпосередньо брати участь у ній мені буде важкувато. Це не означає, що я зостануся "поза справами". У власне філософському розумінні вирішення обговорюваних проблем тільки накреслене. Причому вони розглядалися нами переважно в логіко-гносеологічному і методологічному плані, тоді як світоглядний, соціо-культурний аспекти лише частково залучені, а вони без сумніву є важливим напрямом подальшої розробки даних проблем.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Маркс К., Энгельс Ф.* Соч. 2-е изд.
2. Архив К. Маркса и Ф.Энгельса, т.2(7). М.,1933.
3. *Ленин В.И.* Философские тетради. – Полн. собр. соч., т.29.
4. Материалы XXVI съезда КПСС. М., 1981.
5. *Болтянский В.Г., Данилов-Данильян В.И.* Математика и научно-технический прогресс.
6. *Брутян Г.А.* Концептуализация философского знания. – Вопр. филос., 1980, № 11.
7. *Бэкон Ф.* Новый органон. М., 1938.
8. *Ван-дер-Варден Б.Л.* Пробуждающаяся наука. М.,1959.
9. *Ван Хао.* На пути к механической математике. – Киберн. сборник. М., 1962, вып.5.
10. Воспоминания о Марксе и Энгельсе. М., 1956.
11. *Гегель Г.В.Ф.* Собрание сочинений. В 14-ти т., т.4. М., 1959.
12. *Гегель Г.В.Ф.* Наука логики. В 3-х т., т.1. М., 1970.
13. *Гильберт Д.* Основания геометрии. М., 1948.
14. *Дейкстра Эдсгер В.* Программирование как дисциплина математического характера. – В кн.: Современные проблемы математики. М., 1977.
15. *Декарт Р.* Правила для руководства ума. – Избр. произв. М., 1950.
16. *Жариков Э.С.* До питання про гносеологічні принципи планування розвитку природознавства. – Філосо. проблеми сучасного природознавства. Київ, 1964, вип.1.
17. *Кант И.* Критика чистого разума. – Соч. М., 1964, т.3.
18. *Кедров Б.М., Маркова Л.А., Полторацкий А.Ф.* Общая характеристика и основные итоги конгресса. – Вопр. филос., 1980, № 3.
19. *Кедров Б., Спиркин А.* Наука. – В кн.: Философская энциклопедия. М., 1964, т.3.
20. *Кедровский О.И.* Взаимосвязь философии и математики в процессе исторического развития. Киев, 1973.
21. *Кедровский О.И., Соловей Л.А.* Алгоритмичность практики, мышления, творчества. Киев, 1980.
22. *Колмогоров А.Н.* Математика. - В кн. Большая Советская Энциклопедия. М., 1954, т.26.
23. *Копнин П.В.* Рассудок и разум и их функции в познании. – Вопр. филос., 1963, № 4.



24. *Корельская Т.Д., Падучева Е.В.* Обратная теорема. М., 1978.
25. *Кузнецов И.В.* Структура физической теории. - *Вопр. филос.* 1967, № 11.
26. *Лакатос И.* Доказательства и опровержения. М, 1967.
27. *Лебедев С.А.* Роль индукции в современном научном знании. - *Вопр. филос.*, 1980, № 6.
28. *Лекторский В.А., Садовский В.Н.* Проблемы методологии и философии науки. - *Вопр. филос.*, 1980, № 3.
29. *Марков А.А.* Теория алгорифмов. – *Тр. мат. ин-та им. В.А.Стеклова.* М., 1954, т.42.
30. *Мелюхин С.Т.* Проблемы логики научного исследования. – *Филос. науки*, 1970, № 5.
31. *Мулуд Ноэль.* Современный структурализм. М., 1973.
32. *Налетов И.З.* Причинность и теория познания. М., 1973.
33. *Нарский И.С.* Готфрид Лейбниц. М., 1972.
34. Начала Евклида, кн. 1-4. М.-Л., 1948.
35. *Неванлинна Р.* Пространство, время, относительность. М., 1966.
36. *Пойа Д.* Математика и правдоподобные рассуждения. М., 1975.
37. *Попов П.* Эмпирическое познание и его методы. – В кн.: *Методологические основы научного познания.* М., 1972.
38. *Проскураков В.И.* Понятие множества, группы, кольца и поля. Теоретические основы арифметики. – В кн.: *Энциклопедия элементарной математики.* М.-Л.,1951, кн.1.
39. *Рузавин Г.И.* Математизация научного знания. М.,1977.
40. *Рузавин Г.И.* О структуре научных теорий. - *Вопр. филос.*, 1977, № 8.
41. *Спиноза Б.* Избранные произведения, т.1. М.,1957.
42. *Тарский А.* Введение в логику и методологию дедуктивных наук. М., 1948.
43. *Философская энциклопедия*, т.1-5. М.,1960-1970.
44. *Швырев В.С., Юдин Э.Г.* О так называемом сциентизме в философии. - *Вопр. филос.*, 1969, № 8.
45. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов, т.1-4. М., 1965-1967.
46. *Эйнштейн А., Инфельд Л.* Эволюция физики. М., 1956.
47. *Яглом И.М.* Математика и реальный мир. М., 1978.

**СПИСОК ОСНОВНИХ ПРАЦЬ О. І. КЕДРОВСЬКОГО,  
ЙОГО УЧНІВ І ПОСЛІДОВНИКІВ,  
ДЕЯКИХ РОБІТ З ПОСИЛАННЯМИ НА ЙОГО ТЕКСТИ**

**Кедровский О. И. Взаимосвязь философии и математики в процессе исторического развития (от Фалеса до эпохи Возрождения). К.: Изд-во Киевск. ун-та, 1973, 312 с.**

**Кедровский О. И. Взаимосвязь философии и математики в процессе исторического развития (от эпохи Возрождения до начала XX века). К.: Вища школа, 1974, 343 с.**

**Кедровский О. И. Методы построения теоретических систем знания. Диалог философа и математика. К.: Вища школа, 1977, 230 с.**

**Кедровский О. И. Методы построения теоретических систем знания. Диалог философа и математика. - К.: Вища школа, 1982, 163 с.**

**Кедровский О. И., Соловей Л. А. Алгоритмичность практики, мышления, творчества. К., 1980.**

**Кедровский О. И. Методологические проблемы развития математического познания. К.: Вища школа, 1982.**

**Кедровский О. И. Система принципов построения дедуктивных теорий / О. И. Кедровский, К. М. Узбек. К.: Вища школа, 1990, 132 с.**

**Кедровский О. И. Математизация научного знания – объективная закономерность научно-технической революции / О. И. Кедровский, В. А. Цыкин. Киев: Знание, 1981, 87 с.**

Дымский К. О. Мемуар о системном анализе // Параметрическая общая теория систем и ее применения: сборник трудов, посвященный 80-летию проф. А. И. Уемова. – Одесса: Астропринт, 2008, с.219-243.

Повторева С. М. Структурний підхід як напрям постнекласичного раціоналізму // Дні науки філософського факультету – 2006: міжнарод. наук. конф., (Київ, 12- 13 квітня 2006 р.): матеріали доп. та вист. К.,2006. Ч.VI, с.139-141.

Повторева С. М. Структурний підхід – структуралізм – постструктуралізм (еволюція методології та її поширення в гуманітарних студіях) : Монографія. Львів: Вид-во Національного ун-ту «Львівська політехніка», 2010, 336 с.

Ратников В. С. Возрастание роли математики в преобразовании концептуальных оснований физики – важная тенденция ее развития в XX в. /

В. С. Лукьянец, В. С. Ратников // Философский анализ особенностей развития современного естествознания. К.: Наукова думка, 1984, с.112-197.

Соловей Л. А. Практическая природа идеалов познавательной деятельности. – К.: Вища школа, 1986, 218 с.

Узбек К. М. Математическое наследие Эллады (Историко-философский анализ). Донецк: Агенство Мультипресс, 1997, 228 с.

Узбек К. М., Щетинина Е.К. Научное и философское наследие Эллады (Историко-философский анализ). Донецк: ДогНУЭТ, 2009, 433 с.

Узбек К. М. Развитие рационального в античной математике и философии. Донецк, 2003. 368 с.

Узбек К. Фрагменти побудови античної науки, філософії і культури. Донецьк: Східний видавничий дім, 2010, 232 с.

Узбек К. Щетиніна О. Рефлексія античності в сучасній науці і філософії. Донецьк: Східний видавничий дім, 2010, 212 с.

Цыкин В. А. Практика и абстрактное мышление (на материалах дедуктивных наук). К.: Вища школа, 1984, 156 с.

## Предметний покажчик

Абстрактна аксіоматична система	- постановка проблеми
Алгебраїчний метод	- народження ідеї
Алгоритм	- гіпотеза
Алгоритмічний метод	- достовірне знання
Аксіоматика	Закон зворотно пропорційної залежності між обсягом і змістом
Аксіоматичний метод	Закони механіки
Аксіоматична система	Засновок (засновки)
- змістовна	Змістовна аксіоматична система
- напівформальна	Зміст знання
- формальна	Ідеалізація
Аксіоми	Індукція
- зв'язку	Індуктивна логіка
- безперервності	Інтенсифікація
- конгруентності	Ірраціональне
- паралельності	Істина (істинність)
- порядку	"Історична школа" методології науки
Арифметика	Категорії
Буття	квазіемпіричне
Величина	Кількість
Висновок (висновки)	Конструктивні (прямі) визначення
Відношення нерівності	Конструктивні об'єкти
Відношення рівності	Конструювання
Відрізок	- інтесуб'єктивне
Власне емпіричне	- розсудкове
Геометричний предмет	- розумове
Геометрична фігура	Конструктивна діяльність
Гіпотеза	Конструктивна математика
Гносеологія	Корпус
Гранично загальні поняття	Логіка історичного розвитку
Дедукція	Логічна форма
Дедуктивний принцип (принцип дедукції)	Логічний позитивізм
Демонстрація	Масова проблема
Дескриптивні (описові) визначення	Математичний метод
Дефініції	Математична теорія
Динамічний підхід до теорії	Метавідношення
Діалектизація	Метатеоретичне знання
Діалектика	Метафізика
Діалектико-логічна система	Метод програмування
Діалектико-матеріалістична філософія	Метод семантичного аналізу
Діалектичне заперечення	Метод філософський (філософії)
Діалектичний метод	Методика побудови теорії
Доведення	Методологія
Доказовість	Множина
Доказові висловлювання	Монотеорія
Достовірність	Напівформальна система
Дослідження	Наука
Евристичність	Наукова теорія
Еквіполентне перетворення	Наукове знання
Елемент	Неаксіоматизована теорія
Емпіричне	Невизначувані поняття
Етапи дослідження	

Неевклідова геометрія  
 Несуперечлива система  
 Несуперечливість  
 Неопозитивізм  
 Ніщо  
 Об'єкт
 

- конструктивний
- розсудку
- розуму

 Операції
 

- видобування кореня
- віднімання
- ділення
- зворотні
- множення
- піднесення у ступінь
- прями
- складання

 Передбачення  
 Підхід  
 Планіметрія  
 Площина  
 Площина знання теорії  
 Поверхня  
 Позитивізм  
 Поняття  
 Постулати  
 Правильність програми  
 Практика (практичне)  
 Предмет
 

- арифметики
- геометрії
- математики

 Предмет і метод філософії  
 Предмет і об'єкт математики  
 Предметна площина теорії  
 Предметна галузь (ділянка)  
 Принцип єдності історичного і логічного  
 Принцип предметного синтезу  
 Принцип предметної локалізації  
 Принцип розвитку  
 Принципи
 

- незалежності
- несуперечності
- повноти
- розвитку

 Проблемне оточення  
 Програмність  
 Процес розвитку

Процедури
 

- розширення
- спеціалізації

 Пряма  
 Раціональність  
 Родо-видовий спосіб визначення понять  
 Розвиток теорії  
 Розсудок  
 Розсудкова система  
 Розум  
 Розумова система  
 Символ  
 Символізація  
 Система  
 Системність науки  
 Структура  
 Структура-система  
 Структура-цілісність  
 Структурне подання предмету  
 Структура теорії  
 Субстанція  
 Субстратний підхід до теорії  
 Судження  
 Суперечність
 

- "теоретичне-практичне"
- "чуттєве-раціональне"

 Телеологічний спосіб детермінації  
 Теоретична система  
 Теорема (теореми)  
 Теорія ймовірностей  
 Технологізація  
 Технологічність  
 Точка  
 Умовивід  
 Філософія  
 Формальна система  
 Формалізація  
 Форма знання  
 Числа
 

- дійсні
- ірраціональні
- натуральні
- раціональні
- цілі

 Число  
 Якість

## Іменний покажчик

Арістотель  
Архімед  
Бекон Ф.  
Бойяї (Больяй) Я.  
Бурбаки Н.  
Ван Хао  
Гаус К.Ф.  
Гегель Г. В. Ф.  
Гедель К.  
Гілберт Д.  
Гіппократ Хінський  
Дарвін Ч.  
Дейкстра Е.  
Декарт Р.  
Евдокс  
Евклід  
Ейнштейн А.  
Енгельс Ф.  
Кант І.  
Колмогоров А. М.  
Куайн У.  
Кузанський Н.  
Кузнецов В.І.  
Кун Т.  
Лакатос І.

Лафарг П.  
Лебедев С .О.  
Ленін В. І.  
Лобачевський Д.  
Маблі Г. Б де  
Маркс К.  
Мореллі  
Ньютон І.  
Пеано Дж.  
Платон  
Пойя Дж.  
Поппер К.  
Расел Б.  
Риман Б.  
Рузавін Г.І.  
Спіноза Б.  
Теетет  
Тулмін С.  
Тьюринг  
Уайтхед Т.  
Фалес  
Фесрабенд П.  
Ферма П.  
Хенсон Н.

## ЗМІСТ

Вічная пам'ять! .....	III
В. А. Цикін Спогади про прекрасного філософа Олега Івановича Кедровського .....	V
В. С. Ратніков Про Олега Кедровського: вченого і людину .....	VI
С. М. Повторєва Непідвладний забуттю. Слово про Олега Івановича Кедровського та його книгу .....	VIII

### **О. І. Кедровський** **Методи побудови теоретичних систем знання.** **Діалог філософа і математика**

<i>Передмова</i> .....	3
Формулювання проблеми і її конкретизація .....	6
Теоретичне і його структура .....	18
Критичний аналіз аксіоматичного методу як способу доказового викладу теоретичної системи .....	38
Обґрунтування і дослідження .....	63
Предметність методу .....	78
Розсудок і розум .....	92
Конструювання як синтез розсудкового і розумового способів теоретичного мислення в математиці .....	108
<i>Список літератури</i> .....	130
Список основних праць О. І. Кедровського, його учнів і послідовників, робіт, де є посилання на його тексти .....	132
Предметний покажчик .....	134
Іменний покажчик .....	136

Електронне наукове видання

**О. І. КЕДРОВСЬКИЙ**

**МЕТОДИ ПОБУДОВИ  
ТЕОРЕТИЧНИХ СИСТЕМ ЗНАННЯ:  
ДІАЛОГ ФІЛОСОФА І МАТЕМАТИКА**

(пер. з рос. С. М. Повтореві)